

GOCE-Schwerefeldprozessierung: Software-Architektur und Simulationsergebnisse

Roland Pail, Bernhard Metzler, Thomas Preimesberger, Helmut Goiginger,
Reinhard Mayrhofer, Eduard Höck, Wolf-Dieter Schuh, Hamza Alkathib,
Christian Boxhammer, Christian Siemes und Martin Wermuth

Zusammenfassung

Im Rahmen des ESA-Projektes »GOCE High-level Processing Facility« (HPF) wurde vom European GOCE Gravity Consortium (EGG-C) als Projektnehmer ein operationelles Hardware- und Software-System zur wissenschaftlichen Auswertung von GOCE-Daten entwickelt. Eine Hauptkomponente dieses Systems ist die Berechnung eines globalen GOCE-Erdschwerefeldmodells, parametrisiert mittels sphärisch-harmonischen Koeffizienten und der zugehörigen Varianz-Kovarianzmatrix. Diese Aufgabe wird von der sogenannten »Sub-processing Facility (SPF) 6000« durchgeführt. Die zweite Hauptaufgabe der SPF6000 besteht in der fortlaufenden Produktion von schnellen Schwerefeldlösungen während der Mission als Beitrag zur Missionskontrolle. In diesem Beitrag wird das Hardware- und Softwaresystem der SPF6000 vorgestellt und an Hand einer numerischen Simulationsstudie präsentiert.

Summary

In the framework of the ESA project »GOCE High-level Processing Facility« (HPF), an operational hardware and software system for the scientific processing of GOCE data has been set up by the European GOCE Gravity Consortium EGG-C. One key component of this system is the processing of a spherical harmonic Earth's gravity field model and the corresponding full variance-covariance matrix. This task is performed by the »Sub-processing Facility (SPF) 6000«. The second main task of SPF6000 is the production of quick-look gravity field products in parallel to the GOCE mission for system diagnosis purposes. The paper gives an overview of the operational SPF6000 hardware and software system, which is discussed on the basis of a numerical case study using GOCE end-to-end simulation data.

1 Einleitung

Ziel der Satelliten-Schwerefeldmission GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer; ESA 1999), einer »Earth Explorer Core Mission« des »Living Planet Programme« der europäischen Weltraumbehörde ESA, ist die Berechnung eines hochgenauen, hochauflösenden Modells des Erdschwerefeldes. GOCE basiert auf einem Konzept der Sensorfusion: während aus den Daten der GPS-Bahnbestimmung (satellite-to-satellite tracking im high-low mode; hl-SST) die langwelligen Anteile des Schwerefeldes bestimmt werden können, werden mittels des weltweit erstmals eingesetzten Verfahrens der Satel-

litien-Gradiometrie (SGG) zweite Ableitungen des Gravitationspotentials (Gradienten), die mittel- bis hochfrequente Anteile des Erdschwerefeldes liefern, gemessen.

Während der mindestens zwei sechsmonatigen Messphasen wird eine große Datenmenge von mehreren hundert Millionen Orbit- und Gradiometriedaten erfasst werden. Das mathematische Modell für die Parametrisierung des globalen Erdschwerefeldes basiert auf einer Reihenentwicklung in sphärisch-harmonische Funktionen. Das Gravitationspotential V kann in einem sphärischen Koordinatensystem (r, ϑ, λ) dargestellt werden als:

$$V(r, \vartheta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{l=0}^{l_{\max}} \left(\frac{R}{r} \right)^{l+1} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos \vartheta) [\bar{C}_{lm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{lm} \sin(m\lambda)]. \quad (1)$$

G ist dabei die Gravitationskonstante, M und R sind Masse und Referenzradius der Erde, \bar{P}_{lm} sind die vollständig normierten Legendre-Funktionen von Grad l und Ordnung m , und $\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}$ die zugehörigen harmonischen Koeffizienten der Reihenentwicklung.

Im Falle einer maximalen Auflösung dieser Reihenentwicklung von Grad/Ordnung $l_{\max}=250$ ergeben sich ca. 63 000 zu bestimmende Parameter $\{\bar{C}_{lm}, \bar{S}_{lm}\}$. Die Berechnung dieser Koeffizienten aus der oben erwähnten großen Datenmenge ist ein sowohl numerisch als auch rechentechnisch höchst anspruchsvolles Problem. Es erfordert den Einsatz effizienter Prozessierungsstrategien, um die dabei auftretenden sehr großen Gleichungssysteme zu lösen. Während der letzten Jahre wurden unterschiedliche Lösungsansätze entwickelt (z.B. Rummel et al. 1993, Schuh 1996, Klees 2000, Pail und Plank 2002, Migliaccio et al. 2003). In Pail und Plank (2002, 2004) wurde die strenge Lösung der auftretenden großen Gleichungssysteme unter Anwendung von parallelen Berechnungsstrategien auf einem PC-Cluster propagiert.

Die wissenschaftliche Datenprozessierung wird vom »European GOCE Gravity Consortium« (EGG-C), einem Konsortium bestehend aus zehn europäischen Universitäten und Forschungsinstitutionen, im Rahmen des ESA-Projektes »GOCE High-Level Processing Facility« (HPF; Rummel et al. 2004) durchgeführt. Tab. 1 gibt eine Übersicht über alle Konsortialpartner von GOCE HPF.

Das Projektmanagement wird vom IAPG und SRON durchgeführt, Projektleiter ist Prof. Reiner Rummel (IAPG).

Tab. 1: EGG-C Mitglieder

Akronym	Institution
AIUB	Astronomisches Institut, Universität Bern, Schweiz
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales, Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale, Toulouse, Frankreich
FAE/A&S	Faculty of Aerospace Engineering, Astrodynamics & Satellite systems, TU Delft, Niederlande
GFZ	GeoForschungsZentrum Potsdam, Deutschland
IAPG	Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie, TU München, Deutschland
ITG	Institut für Geodäsie und Geoinformation (ehemals Institut für Theoretische Geodäsie), Universität Bonn, Deutschland
POLIMI	DIIAR – Sezione Rilevamento, Politecnico di Milano, Italien
SRON	SRON National Institute for Space Research, Utrecht, Niederlande
TUG	Institut für Navigation und Satellitengeodäsie, TU Graz, Österreich
UCPH	Abteilung für Geophysik, Universität Kopenhagen, Dänemark

Tab. 2: Arbeitspakete/SPFs innerhalb von GOCE HPF

SPF	Beschreibung	SPF-Leitung
2000	Central Processing Facility (CPF)	SRON
3000	Scientific Pre-processing and External Calibration	SRON
4000	Orbit Determination	FAE/A&S
5000	Gravity Field Determination – Direct Approach	CNES
6000	Gravity Field Determination – Time-wise Approach	TUG
7000	Gravity Field Determination – Space-wise Approach	POLIMI
8000	Level 2 Products Validation	IAPG

Tab. 2 listet die wichtigsten Arbeitsgebiete von GOCE HPF auf. Jede dieser »Sub-processing Facilities (SPF)« wird von mehreren beteiligten Gruppen bedient.

SPF6000 ist eine Kooperation der TU Graz, der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, der Universität Bonn und der TU München, unter der Führung der TU Graz. SPF6000 hat zwei Hauptaufgaben:

- 1) die Berechnung eines globalen GOCE-Schwerefeldmodells inklusive Kovarianzinformation unter Anwendung eines strengen Ausgleichungsansatzes und

2) die fortlaufende, schnelle Produktion von Schwerkraftprodukten während der Mission als Werkzeug der GOCE-Systemdiagnose und Qualitätskontrolle.

In diesem Beitrag werden die Softwarearchitektur des operationellen SPF6000-Systems vorgestellt und die Auswertestrategien zur Berechnung hochgenauer und hochauflösender globaler Erdgeschwerefeldmodelle diskutiert. Anhand einer numerischen Fallstudie, die auf Daten einer offiziellen GOCE-Simulation der ESA beruht, werden die Hauptkomponenten der Softwarearchitektur, der Datenfluss, spezielle Aspekte der funktionalen und stochastischen Modelle sowie die resultierenden Produkte diskutiert.

2 Software-Architektur

Abb. 1 zeigt die modulare Architektur, die Hauptkomponenten und den Produktfluss durch das SPF6000-System.

Der Datentransfer zwischen SPF6000 und dem zentralen HPF-Datenserver CPF (SPF2000) wird mittels automatisierten Schnittstellen realisiert. Für den Datenfluss innerhalb des SPF6000 dient ein lokaler Datenserver mit zentraler Zugriffsmöglichkeit von allen beteiligten Workstations.

Das Softwaresystem besteht aus zwei Hauptkomponenten: der schnellen Schwerefeldlösung (*Quick-Look Gravity Field Analysis*; QL-GFA) und der strengen Lösung der großen Gleichungssysteme (*Core Solver*; CS). Diese beiden Komponenten werden im Folgenden kurz beschrieben.

2.1 Quick-Look Gravity Field Analysis (QL-GFA)

Dieses Software-System erlaubt die schnelle Berechnung von Schwerefeldmodellen in einem kurzen Zeitraum nach der eigentlichen Messung, um daraus eine schnelle Diagnose der GOCE-Messsysteme und der resultierenden Level 1b-Daten abzuleiten. Diese Schwerefeldprodukte stellen somit einen wesentlichen Beitrag zu den Kalibrierungs- und Validierungsaktivitäten der ESA im Rahmen der GOCE-Missionskontrolle dar.

Hauptaufgaben von QL-GFA sind:

- Überprüfung der SGG- und SST-Daten während der Mission.
- Berechnung von schnellen Schwerefeldlösungen (Einzellösungen aus SGG und SST sowie kombinierte Lösung) mit dem Ziel, die Inputdaten auf der Basis einer daraus abgeleiteten Schwerefeldlösung zu validieren. Zusätzlich werden die resultierenden Schwerefeldlösungen statistisch gegen externe Referenzmodelle getestet.

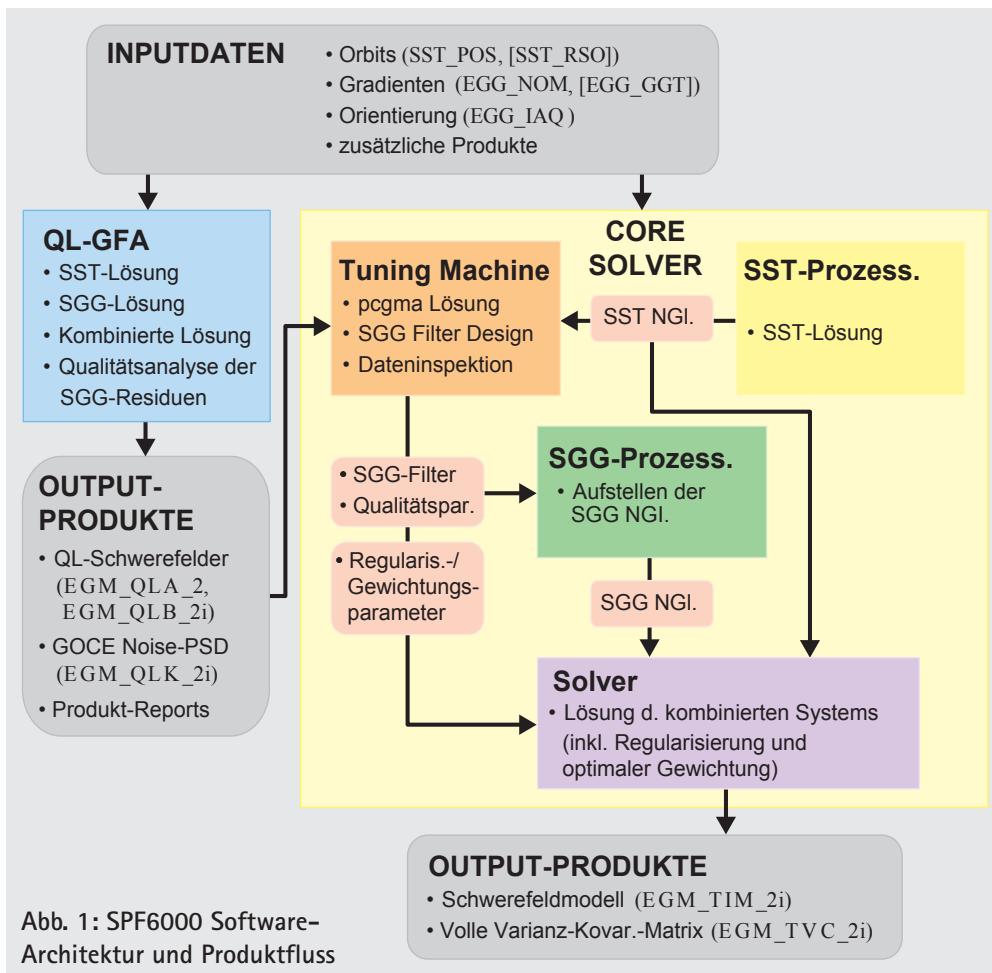


Abb. 1: SPF6000 Software-Architektur und Produktfluss

- Analyse der Fehlercharakteristik des Gradiometers: Aus den Residuen der Schwerefeldlösung kann das Leistungsdichtespektrum (*Power Spectral Density*; PSD) des Gradiometer-Rauschens abgeschätzt werden. Diese PSD-Schätzungen werden unter Anwendung statistischer Hypothesentests gegen ein Referenzmodell getestet (Lackner 2006).
- Generierung von Testprotokollen, die wichtige Ergebnisse aus den oben genannten Tests zusammenfassen.

QL-GFA-Schwerefeldmodelle, aufgelöst z.B. bis Grad/Ordnung 250 (ca. 63 000 Parameter), können innerhalb von ein bis zwei Stunden auf einem handelsüblichen PC berechnet werden. Die Effizienz und hohe Geschwindigkeit von QL-GFA basiert hauptsächlich auf der Anwendung von FFT-Techniken (semi-analytischer Ansatz), der Annahme von block-diagonalen Normalgleichungen und vereinfachten Filterstrategien, die im Frequenzbereich durchgeführt werden, um dem farbigen Rauschverhalten des Gradiometers Rechnung zu tragen. Fehlereinflüsse aufgrund von Abweichungen von diesen vereinfachenden Annahmen werden mit Hilfe einer iterativen Lösungsstrategie reduziert (Pail et al. 2003, Preimesberger und Pail 2003, Pail und Wermuth 2003).

QL-GFA wird in zwei Stufen angewendet: In der erste Stufe (QL-A) basiert die Berechnung auf Orbits mit einer Positionsgenauigkeit von ca. 10 m und (intern

kalibrierten) vorläufigen Schwerefeldgradienten. QL-A-Schwerefeldprodukte werden täglich berechnet und sollen spätestens fünf Stunden nach Erhalt aller erforderlichen Inputdaten verfügbar sein. Die erzielbare Genauigkeit der Schwerefeldmodelle hängt primär von der Güte der internen Kalibrierung der Gradienten ab.

In einer zweiten Stufe (QL-B) wird die Software auf vorläufige Orbitlösungen (*Rapid Science Orbits*; RSOS) mit einer Genauigkeit im Dezimeter-Bereich und auf extern kalibrierte Gradienten angewendet. QL-B-Schwerefeldprodukte werden im wöchentlichen Intervall berechnet und sollen spätestens zwei Tage nach Erhalt aller erforderlichen Inputdaten verfügbar sein.

Eine ausführlichere Beschreibung der QL-GFA-Funktionalität findet sich in Pail et al. (2006).

2.2 Core Solver (CS)

Das Hauptziel des *Core Solvers* ist die Berechnung eines hochauflösenden sphärisch-harmonischen Erdschwerefeldmodells aus GOCE SST- und SGG-Beobachtungen. Die Parametrisierung soll zumindest bis Grad/Ordnung 200 erfolgen, je nach Güte vor allem der SGG-Beobachtungen wird jedoch eine maximale Auflösung von Grad/Ordnung 250 angestrebt.

Die *Tuning Machine*, deren Entwicklung, Implementierung und Integration im Verantwortungsbereich des SPF6000-Partners Universität Bonn steht, besteht aus zwei Hauptmodulen:

- *pcgma (pre-conditioned conjugate gradient multiple adjustment)*: Dieses Modul ist ein eigenständiger Schwerefeldlöser, der die Schwachbesetztheit der Normalgleichungen ausnutzt (Boxhammer 2006, Boxhammer und Schuh 2006).
- *Daten-Inspektion und Filterdesign*: Dieses Modul verifiziert externe und interne Produkte und konstruiert geeignete Filtermodelle zur Beschreibung des farbigen

Rauschverhaltens des GOCE-Gradiometers (Schuh und Kargoll 2004).

Der *Final Solver* besteht aus folgenden Hauptmodulen:

- **SST-Prozessierung:** Die SST-Daten bestehen aus Positions- und Geschwindigkeitsinformation der präzisen GOCE-Orbitlösungen (*Precise Science Orbits*; PSOs), berechnet aus GPS-Beobachtungen. Die SST-Software basiert auf dem Prinzip der Energieerhaltung in einem abgeschlossenen System (Földvary et al. 2004, Badura et al. 2006) und kann sowohl kinematische (rein geometrische) sowie reduziert-dynamische (Vorinformation in Form von externen Kräftemodellen) Orbitlösungen auswerten. Die kinematischen Orbitprodukte werden jedoch bevorzugt, da diese keinerlei Vorinformation hinsichtlich des Schwerefeldes beinhalten.
- **SGG-Prozessierung:** Die SGG-Prozessierung basiert auf der Positionsinformation aus den PSOs und den extern kalibrierten Schwerefeldgradienten, die im Bezugsrahmen des Gradiometer-Referenzsystems (GRF) zur Verfügung stehen. Die für eine hochgenaue Schwerefeldlösung essentielle Problematik der Behandlung des farbigen Rauschens des Gradiometers wird mittels rekursiven Filterprozessen im Zeitbereich gelöst (Schuh 1996, 2002, 2003, Schuh et al. 2001, Pail und Plank 2002). Der SGG-Prozessor stellt die vollen Normalgleichungssysteme auf und nutzt dabei die Rechen- und Speicherkapazitäten eines Linux-PC-Clusters.
- **Strenge Lösung:** Die SST- und SGG-Normalgleichungen werden durch Addition kombiniert, wobei Gewichtungsstrategien basierend auf der Varianzkomponentenschätzung (Koch und Kusche 2002) zur Berechnung der optimalen Gewichte der einzelnen Komponenten eingesetzt werden. Die eigentliche Lösung erfolgt durch eine parallelisierte Cholesky-Reduktion. Die Instabilität der Normalgleichungen aufgrund der speziellen GOCE-Konfiguration eines sonnensynchronen Orbit (und damit nicht mit Messungen überdeckter Polkappen) können durch maßgeschneiderte Regularisierungsmethoden (Metzler und Pail 2005, 2006) reduziert werden. Zusätzlich zur Lösung der Schwerefeld-Koeffizienten wird durch strenge Inversion des Gesamtsystems, unter Berücksichtigung des Einflusses des Regularisierungs-Bias, die volle Varianz-Kovarianzmatrix als statistische Information über die Ungenauigkeiten der geschätzten Koeffizienten berechnet.

2.3 Produktfluss

Chronologisch betrachtet (Abb. 1) werden die ersten Berechnungsschritte von QL-GFA durchgeführt. Tab. 3 fasst die resultierenden offiziellen Produkte zusammen. Zusätzlich wird eine Reihe interner Produkte (Residuen, Qualitätsparameter z.B. hinsichtlich Ausreißern und Datenlücken, Regularisierungs- und Gewichtungsparameter) generiert.

Tab. 3: Produkte der QL-GFA-Prozessierung

Produktkenner	Produktbeschreibung
EGM_QLA_2	QL-Schwerefeldlösung: SGG-Lösung basierend auf Level 1b-Daten
EGM_QLB_2i	QL-Schwerefeldlösung basierend auf Level 2-Daten:
EGM_QST_2i	SST-Lösung
EGM_QSG_2i	SGG-Lösung
EGM_QCO_2i	kombinierte SST+SGG-Lösung
EGM_QQR_2i	produkt-Report
EGM_QLK_2i	GOCE Gradiometer PSD-Schätzung

Tab. 4: Produkte der Core Solver-Prozessierung

Produktkenner	Produktbeschreibung
EGM_TIM_2i	Koeffizienten des GOCE-Schwerefeldmodells
EGM_TVC_2i	Zugehörige volle Varianz-Kovarianz-Matrix

Während der CS-Prozessierung werden SST- und SGG-Normalgleichungen getrennt voneinander aufgestellt. Die SST-Normalgleichungen (und diverse andere interne Produkte) werden zur *Tuning Machine* und dem *Final Solver* transferiert. In der *Tuning Machine* werden die SGG-Normalgleichungen unter Ausnutzung der schwach besetzten Struktur der Normalgleichungen aufgestellt und nach Kombination mit den SST-Normalgleichungen mittels *pcgma* Schwerefeldlösungen generiert. Die Residuen dieser Lösungen werden mittels Dateninspektion analysiert, Filtermodelle, Regularisierungs- und Gewichtsparameter werden abgeleitet und als wichtige interne Produkte an den *Final Solver* weitergeleitet. Hier werden die vollen SGG-Normalgleichungen (unter Verwendung der zuvor von der *Tuning Machine* abgeleiteten Filtermodelle) aufgestellt und optimal mit den SST-Normalgleichungen kombiniert. Schließlich werden die Schwerefeldlösung und die zugehörige Varianz-Kovarianz-Matrix streng berechnet.

Die daraus resultierenden offiziellen CS-Outputprodukte sind in Tab. 4 aufgelistet. Auch hier werden zusätzlich zahlreiche interne Produkte generiert.

3 Numerische Fallstudien

Die Operabilität des SPF6000 Software-Systems soll im Folgenden auf der Basis einer numerischen Simulation demonstriert werden. Ziel ist die Berechnung eines optimalen Schwerefeldmodells, aufgelöst bis Grad/Ordnung 200.

3.1 Testdaten

Die numerische Studie basiert auf den Daten einer GOCE-Simulation der ESA (De Sanctis et al. 2002). Diese Testkonfiguration wurde ebenfalls für den offiziellen Abschlusstest der operationellen HPF-Software (Acceptance Review 2) zum Ende der HPF-Software-Entwicklungsphase, der im Frühling/Sommer 2006 durchgeführt wurde, verwendet. Der Testdatensatz besteht aus:

- **Gradienten:** 60 Tage simulierte Gradienten im GRF (Hauptdiagonalkomponenten des Gradiententensors V_{XX} , V_{YY} und V_{ZZ}), basierend auf dem Schwerefeldmodell EGM96 (Lemoine et al. 1998) bis Grad/Ordnung 360, Abtastrate 1 s. Die Gradienten wurden mit farbigem Rauschen gemäß Abb. 2 (für V_{XX} , schwarze Kurve) überlagert.
- **Orbit:** Die Gradienten sind definiert entlang eines GOCE-typischen Orbits (Inklination $i=96.5^\circ$, Exzentrizität $e < 2 \cdot 10^{-3}$, mittlere Höhe ca. 240 km). Die Orbitpositionen und -geschwindigkeiten wurden generiert mittels numerischer Bahnintegration, basierend auf EGM96 bis Grad/Ordnung 200, und realistischer Simulation der externen Kräftemodelle und des DFAC (drag free and attitude control) Systems, das eine automatische Lagekontrolle sowie Kompensation nicht-konservativer Kräfte mittels Ionenstrahl-Triebwerken durchführt (ESA 1999).
- **Lage:** Die Orientierung des Satellitensystems (und damit des GRF) in Bezug auf den inertialen Bezugsrahmen wird mittels Quaternionen definiert, die aus einer Kombination aus Informationen von Sternsensoren und dem Gradiometer selbst berechnet werden (Pail 2005). Diese unterliegen Ungenauigkeiten in der Form von systematischen Fehlern (z.B. Bias des Sternenkompass) und hochfrequentem Rauschen gemäß den in der ESA-Simulation angenommenen Fehlercharakteristiken.

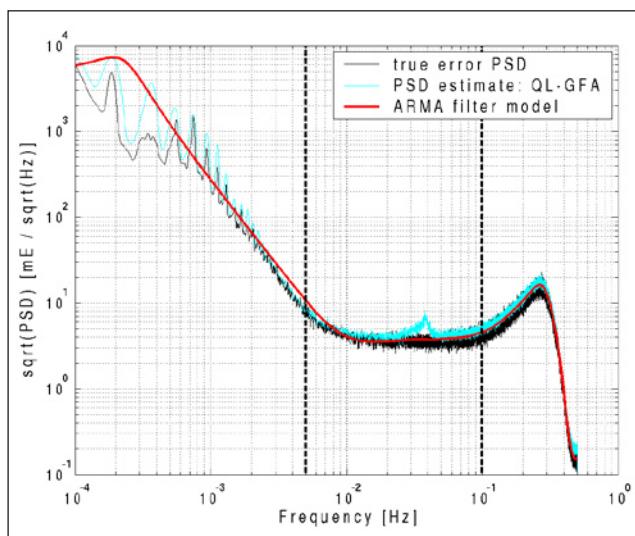


Abb. 2: Gradiometer Fehler-PSD für die Komponente V_{XX} : wahres PSD (schwarz), QL-Schätzung (hellblau), ARMA-Filtermodell (rot); Messbandbreite: 5–100 mHz.

3.2 Resultate: QL-GFA

Für die QL-GFA-Simulationen wurden die ersten 25 Tage der oben beschriebenen Datensätze verwendet.

3.2.1 Resultate: QL-A

Die QL-A-Schwerefeldlösung basiert auf ungenauen Orbits (Genauigkeit ca. 10 bis 20 m) und vorläufig kalibrierten Gradienten. Der gesamte Ablauf der Prozessierung – vom Start bis zur Auslieferung der Produkte an die CPF – wird vollständig automatisiert durchgeführt.

EGM_QLA_2:

Die grüne Kurve in Abb. 3 zeigt die Schwerefeldlösung in Form des (Fehler-)Medians pro Grad, definiert als

$$\sigma_l = \text{median}_m \left\{ \left| \bar{R}_{lm}^{(est)} - \bar{R}_{lm}^{(EGM)} \right| \right\}, \quad (2)$$

wobei $\bar{R}_{lm} = \{\bar{C}_{lm}; \bar{S}_{lm}\}$ die vollständig normierten sphärisch-harmonischen Koeffizienten darstellen, (*est*) die geschätzten und (*EGM*) die Koeffizienten des Referenzmodells EGM96 bezeichnen.

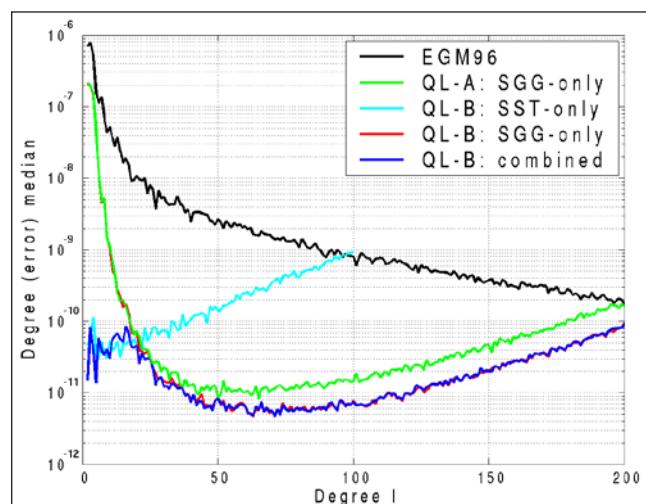


Abb. 3: Fehlermediane pro Grad für diverse QL-GFA-Konfigurationen

Besonders augenscheinlich sind die großen Ungenauigkeiten in den niederen Graden, was primär auf die extreme 1/f-Charakteristik des Gradiometer-Rauschens (siehe Abb. 2) zurückzuführen ist, die die Lösung im langwelligen Bereich sehr instabil werden lässt.

Zur Stabilisierung des Systems wurde eine spezielle Form der Regularisierung, die so genannte Spherical Cap Regularisierung (SCR), eingesetzt. Die SCR (Metzler und Pail 2005, 2006) ist eine Regularisierungsmethode, die auf das GOCE-spezifische Problem der nicht-polaren Orbitkonfiguration abzielt. Die Grundidee besteht darin, die Polkappen von ca. 6.5° Öffnungswinkel, in denen keine GOCE-Beobachtungen zur Verfügung stehen, mit einem analytisch beschreibbaren synthetischen Signal zu füllen. Im Vergleich zu klassischen Regularisierungstechniken,

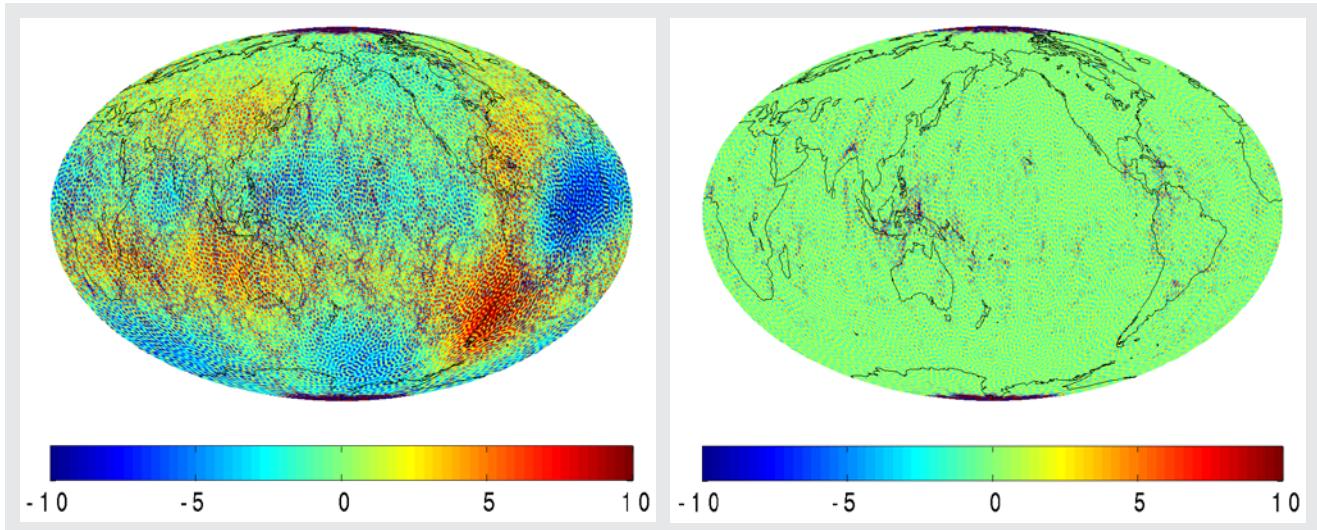


Abb. 4: Schwereanomalien-Differenzen [mGal] zum EGM96, Grad/Ordnung 200: QL-A SGG-Lösung (links); QL-B kombinierte Lösung (rechts).

wie z.B. der Kaula- oder Tichonov-Regularisierung, besteht der Hauptvorteil dieser Methode darin, dass die Wirkung der Regularisierung ausschließlich auf die Polgebiete beschränkt bleibt und damit ein signifikanter Regularisierungsfehler (Bias) nur in diesen nicht überdeckten Gebieten auftritt.

Das Normalgleichungssystem, erweitert um die Regularisierungskomponente, lautet:

$$[A^T P A + \alpha(\Phi, \Phi)] \quad x = A^T P y + \alpha(\Phi, g) \quad (3)$$

wobei $A^T P A$ und $A^T P y$ die (unregularisierte) Normalgleichungsmatrix und die »rechte Seite« darstellen. x ist der zu schätzende Parametervektor und α der Regularisierungsparameter.

Die Regularisierungsmatrix $R = (\Phi, \Phi)$ wird aus den inneren Produkten der sphärisch-harmonischen Basisfunktionen $\Phi = \{\Phi_{lm}\}$ gebildet, ausgewertet in einem beschränkten Teilgebiet Σ_s der Kugel Σ , das im gegebenen Fall aus zwei sphärischen Kappen – symmetrisch über Nord- und Südpol angeordnet – besteht. Der Zusatzterm auf der rechten Seite des Normalgleichungssystems $\alpha(\Phi, g)$ stellt einen analytisch berechenbaren Anteil dar, der aus den inneren Produkten der Basisfunktionen und der Stabilisierungsfunktion g , die ausschließlich über der Nord- und Südpolkappe definiert ist, gebildet wird.

Im gegebenen Fall sollte vermieden werden, dass zu viel an Vorinformation in die Schwerfeldlösung einfließt, da das Hauptziel von QL-GFA die Validierung des GOCE-Systems ist, und daher möglichst nur GOCE-Daten in die Modelle eingehen sollen – auch wenn diese Vorinformation nur in den Polgebieten appliziert wird. Daher wurde nur das Normalpotential GRS80 als Stabilisierungsfunktion g in den Polregionen $|\varphi| \geq 83.5^\circ$ eingeführt.

Die Instabilität der ausschließlich auf der SGG-Komponente basierenden Lösung in den niedrigen harmonischen

Graden aufgrund der großen Messungenauigkeiten des Gradiometers im langwelligen Bereich (Abb. 2) bildet sich auch in den kumulierten Ungenauigkeiten der Schwereanomalien bis Grad/Ordnung 200 ab (Abb. 4, links). Die Standardabweichung dieses Differenzenfeldes, evaluiert im Bereich $|\varphi| < 83.5^\circ$, beträgt 4.36 mGal.

3.2.2 Resultate: QL-B

Die QL-B-Schwerfeldlösungen basieren auf RSOs (Genauigkeit im Dezimeter-Bereich) und kalibrierten Gradienzen.

EGM_QLB_2i:

QL-B-Lösungen wurden für mehrere Konfigurationen berechnet, basierend auf:

- SST-Normalgleichungen (EGM_QST_2i),
- SGG-Normalgleichungen (EGM_QSG_2i),
- optimal kombinierten SST+SGG-Normalgleichungen (EGM_QCO_2i).

Abb. 3 zeigt die Güte der zugehörigen Lösungen als Fehlermedian pro sphärisch-harmonischem Grad. Es ist offensichtlich, dass die kombinierte Lösung (dunkelblaue Kurve) im Bereich niedriger Grade durch die SST-Komponente (hellblau) stabilisiert wird, im hochfrequenten Bereich ab einem sphärisch-harmonischen Grad von ca. 20 jedoch von der SGG-Komponente (rot) dominiert wird.

Im Falle der SGG- und der kombinierten Lösung wurde erneut eine SCR basierend auf GRS80 als Stabilisierungsfunktion verwendet. Die Kombination von SST- und den einzelnen SGG-Normalgleichungen (V_{xx} , V_{yy} , V_{zz}) untereinander erfolgte durch optimale Gewichtung gemäß ihrer Varianzkomponenten.

Der stabilisierende Effekt der SST-Komponente kann auch in den kumulativen Abweichungen der aus den Koeffizienten berechneten Schwereanomalien vom Referenzmodell EGM96 bis Grad/Ordnung 200 beobachtet

werden (Abb. 4, rechts). Die Standardabweichung im geographischen Bereich $|\varphi| < 83.5^\circ$ beträgt $\sigma_{\Delta g} = 1.78 \text{ mGal}$, und jene der zugehörigen Höhenanomalien $\sigma_\zeta = 6.37 \text{ cm}$. Im Hinblick darauf, dass diese Ergebnisse lediglich 25 Tage an Eingangsdaten beinhalten, ist die Güte der QL-Lösungen, deren Hauptzweck ja die schnelle Validierung der Daten ist, sehr zufriedenstellend.

EGM_QLK_2i:

Die hellblaue Kurve in Abb. 2 zeigt die PSD-Schätzung der Gradiometer-Fehlercharakteristik, berechnet aus den Residuen der SGG-Analyse, exemplarisch für die V_{XX} -Komponente. Als Referenz dient in schwarzer Farbe das wahre Fehler-PSD. Die markanteste Abweichung des geschätzten PSDs vom Referenzmodell ist die Spitze bei einer Frequenz von ca. 0.04 Hz. Diese ist darauf zurückzuführen, dass die SGG-Beobachtungen Signale bis Grad/Ordnung 360 enthalten, das Parametermodell jedoch nur bis Grad/Ordnung 200 aufgelöst wurde. Diese Inkonsistenz wird als »Spectral Leakage« bezeichnet. Die Frequenz von 0.04 Hz steht dabei in direkter Relation zum maximalen Grad der Auflösung von 200. Das Problem der Inkonsistenz zwischen Signalinhalt und Parametermodell kann in der Praxis jedoch durch längere Eingangsdatensätze, und damit der Möglichkeit der Wahl eines höheren Grades der maximalen Auflösung des Modells, stark reduziert werden.

3.3 Resultate: Core Solver

Im Folgenden werden die Resultate der Hauptkomponenten des *Core Solvers* präsentiert. Diese Ergebnisse beruhen auf dem vollen in Abschnitt 3.1 beschriebenen Datenumfang von zwei Monaten.

3.3.1 SST-Prozessierung

Die SST-Prozessierung beruht auf der Energieintegral-Methode, angewendet auf kinematische Orbits. Dabei

wird ein numerisches Differentiationsverfahren verwendet, um aus den kinematisch bestimmten Orbitpositionen zugehörige Geschwindigkeiten abzuleiten. Im aktuellen Fall wurde eine Newton-Gregory-Differentiationsmethode zur Ableitung der Geschwindigkeiten im inertialen Bezugssystem verwendet (Badura 2006, Badura et al. 2006). Sie stellen, nach adäquater Berücksichtigung der nicht-konservativen Beschleunigungen aufgrund von externen Kräften, die im »common mode« des Gradiometers gemessen werden, die Pseudo-Beobachtungen im Rahmen des Energieintegral-Ansatzes dar. Die SST-Normalgleichungen wurden bis zu einem maximalen Grad von 90 aufgestellt. Dies hat sich als ausreichend herausgestellt, um letztlich eine gute kombinierte SST+SGG-Lösung zu erhalten. Die hellblaue Kurve in Abb. 5 zeigt die resultierende SST-Lösung als Fehlermedian pro Grad. Die zugehörigen Normalgleichungen wurden als Inputprodukt an die *Tuning Machine* und den *Final Solver* transferiert.

3.3.2 Tuning Machine (TM)

Eine Hauptaufgabe der TM ist das Design eines digitalen SGG-Filtermodells, das letztlich als Gewichtung (Metrik) im Zuge des Aufstellens des SGG-Normalgleichungssystems fungiert (Schuh 1996, 2002, Pail und Plank 2002). Abb. 2 zeigt die Fehlercharakteristik der Gradiometer-Komponente V_{XX} (schwarz) sowie das zugehörige digitale Filtermodell (rot). Es wurden dazu mehrere ARMA-Filter seriell in einer Kaskade angeordnet, um mit einer relativ geringen effektiven Filterordnung von 52 die Fehlercharakteristik hinreichend gut approximieren zu können. Die effektiven Filterordnungen der kaskadierten ARMA-Modelle der beiden anderen Komponenten betragen 42 (V_{YY}) und 32 (V_{ZZ}).

Eine kombinierte Schwerfeldlösung, basierend auf den zuvor beschriebenen SST-Normalgleichungen bis Grad/Ordnung 90 und SGG-Normalgleichungen bis Grad/Ordnung 200, wurden in der TM mittels *pcgma* berechnet. Die rote Kurve in Abb. 5 zeigt die resultierende Lösung.

3.3.3 SGG-Prozessierung

Die vollen SGG-Normalgleichungen wurden unter Anwendung eines Linux-PC-Clusters aufgestellt. Dieser PC-Cluster wurde im Rahmen des Forschungsschwerpunkts »Scientific Supercomputing« an der TU Graz installiert. Die Eckdaten des PC-Clusters sind: 54 Dual-Xeon 2.6 GHz PCs mit jeweils 1–2 GB RAM, GigaBit-Ethernet Verbindung, theoretische Rechenleistung 210 GFlops.

Das Ziel dieser Berechnung war letztlich eine optimale Schwerfeldlösung bis Grad/Ordnung 200. Da die Eingangs-Gradienten jedoch Signale bis Grad/Ordnung 360 enthalten, ist mit »Spectral Leakage« aufgrund des limitierten Parametermodells zu rechnen. Dies wurde schon bei der QL-GFA-Prozessierung deutlich (siehe Abschnitt 3.2). In Schuh (2002) wurde gezeigt, dass der stärkste Effekt von »Spectral Leakage« im spektralen Bereich knapp un-

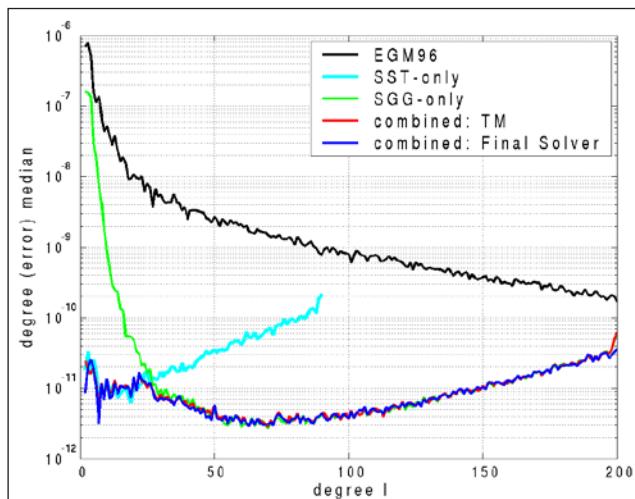


Abb. 5: Fehlermediane pro Grad diverser Core-Solver-Schwerfeldlösungen

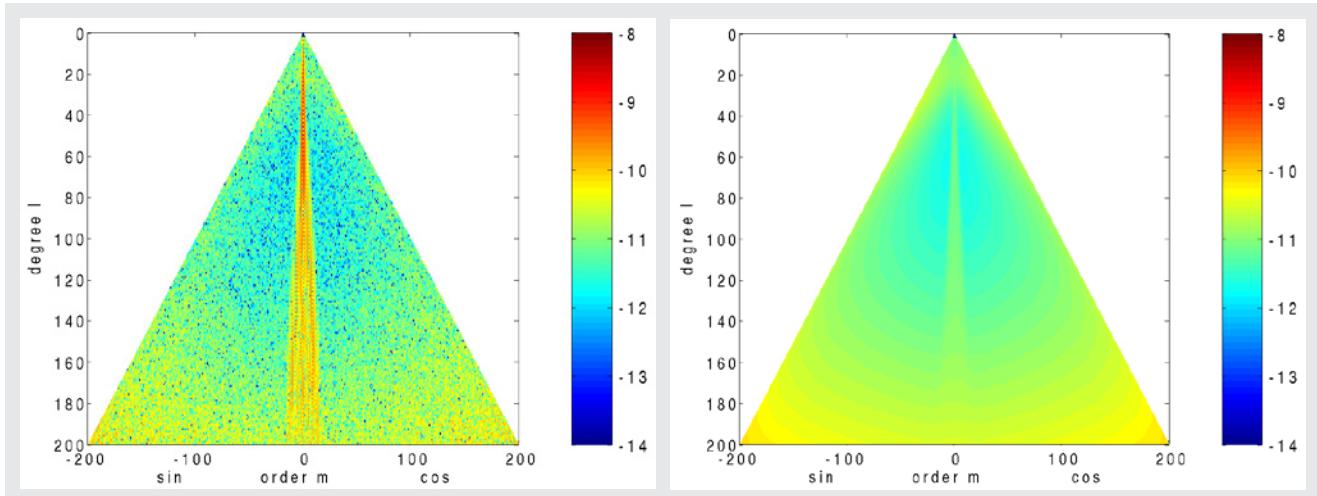


Abb. 6: Kombinierte Schwerefeldlösung: Koeffizienten-Differenzen zum EGM96 (links) und Standardabweichungen (rechts). Skaliert in $\log_{10}(|...|)$.

terhalb des maximalen Grades der Auflösung (hier also 200) auftritt. Um diesen Störeffekt zu reduzieren, wurde eine aus statistischer Sicht nicht ganz saubere, aber praktikable Lösungsstrategie gewählt: Es wurden die SGG-Normalgleichungen bis Grad/Ordnung 204 aufgestellt und gelöst und die Koeffizientenlösung sowie die zugehörige Varianz-Kovarianzmatrix danach bei Grad/Ordnung 200 abgeschnitten. Damit wird jener spektrale Bereich von 201 bis 204 eliminiert, der die meisten nicht-parametrisierten hochfrequenten Signale absorbiert. Vom theoretischen Standpunkt her ist diese Strategie nicht ganz korrekt, da die Korrelationen zwischen Koeffizienten unter und über Grad 200 negiert werden. Numerische Studien haben jedoch gezeigt, dass die dabei begangenen Fehler in der Regel vernachlässigbar sind.

Im Zuge des Aufstellens der SGG-Normalgleichungen wurden jene von der *Tuning Machine* berechneten digitalen ARMA-Filtermodelle (siehe Abschnitt 3.3.2) verwendet und auf die Beobachtungszeitreihe sowie die Spalten der Design-Matrix aufgebracht (Schuh 1996, 2002, Pail und Plank 2002).

3.3.4 Final Solver

Nach Aufstellen der SST(Grad/Ordnung 90)- und SGG(Grad/Ordnung 204)-Normalgleichungen wurden diese addiert und unter Anwendung der parallelen Cholesky-Reduktion streng gelöst. Der erforderliche Arbeitsspeicherbedarf zur Speicherung des oberen Dreiecks der Normalgleichungsmatrix (doppelte Genauigkeit) beträgt für ein volles System bis Grad/Ordnung 204 ca. 6.5 GBytes.

Eine optimale Gewichtung basierend auf den geschätzten Varianzkomponenten der einzelnen Normalgleichungssysteme wurde durchgeführt. Die optimalen Gewichtsfaktoren wurden ebenfalls von der *Tuning Machine* bestimmt.

Eine Rahmenbedingung der numerischen Fallstudie war, dass keine externe Schwerefeldinformation in die Lösung eingehen sollte. Dies wurde SST-seitig durch Ver-

wendung von kinematischen Orbits gewährleistet. Um auch im Rahmen der Regularisierung keine externe Information (in den Polgebieten) einzuführen, wurde eine spezielle Strategie bei der Wahl der Stabilisierungsfunktion g im Zuge der SCR beschritten: Es wurde zunächst eine unabhängige SST-Lösung, aufgelöst bis Grad/Ordnung 50 und basierend auf den kinematischen Orbits, berechnet. Aufgrund des niedrigen maximalen Grads der Auflösung ist der Effekt des polaren Lochs noch nicht sehr groß. Die Koeffizienten dieser Lösung wurden verwendet, um die Stabilisierungsfunktion g in den Polgebieten analytisch zu berechnen. Der auch hier auftretende »Spectral Leakage«-Effekt dieser SST-Lösung (die Orbits beinhalten ja Signale bis Grad/Ordnung 200) wurde im Vorhinein mit ca. 2 m abgeschätzt. Dies ist also auch die Größenordnung der »Ungenauigkeit« jener Information, die in den Polgebieten eingeführt wird, und jener Preis, der zu zahlen ist, wenn keine externe Schwereinformation verwendet werden soll.

Schließlich wurde das kombinierte Normalgleichungssystem, parametriert bis Grad/Ordnung 204, streng gelöst, und dann bei Grad/Ordnung 200 abgeschnitten. Abb. 6 (links) zeigt die Abweichungen der geschätzten Koeffizienten vom Referenzmodell EGM96 sowie die zugehörigen Standardabweichungen (rechts). Offensichtlich sind die absoluten Abweichungen und die zugehörigen Fehlerschätzungen konsistent, bis auf die Tatsache, dass die Genauigkeit der (nahe-)zonalen Koeffizienten leicht zu optimistisch geschätzt wird.

Die dunkelblaue Kurve in Abb. 5 zeigt die zugehörigen Fehler-Mediane pro Grad. Auch hier wird deutlich, dass die SST-Komponente (hellblau) die Lösung im langwelligen Bereich stabilisiert, während der hochfrequente Anteil ab einem sphärisch-harmonischen Grad von ca. 25 von der SGG-Komponente (grün) dominiert wird.

Die kombinierten Lösungen der *Tuning Machine* (rot) und des *Final Solvers* (dunkelblau) zeigen sehr gute Übereinstimmung. Das Faktum, dass zwei unabhängige Methoden und Implementierungen praktisch identische Re-

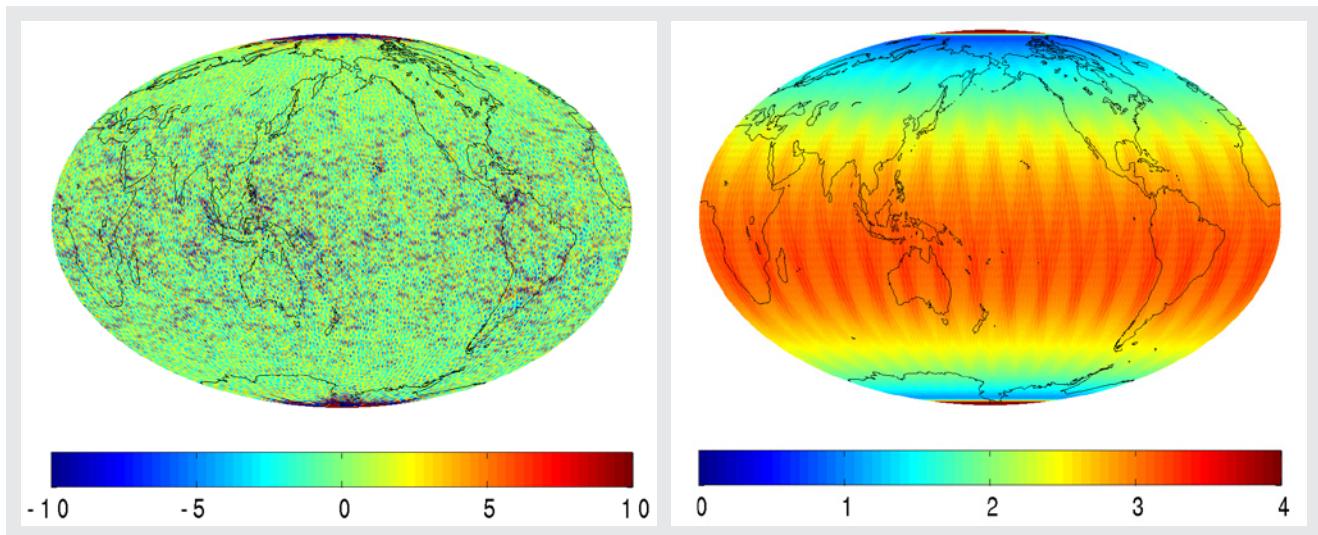


Abb.7: Kombinierte Schwerkeldlösung: Höhenanomalien-Differenzen [cm] zum EGM96 (links) und zugehörige Standardabweichungen (rechts), Grad/Ordnung 200.

sultate liefern, unterstützt die Schlussfolgerung, dass die verbleibenden Abweichungen in den geschätzten Koeffizienten auf das Rauschen in den Eingangsdaten, aber nicht auf Unzulänglichkeiten der Prozessierungsalgorithmen zurückzuführen sind. Der Hauptunterschied zwischen den beiden Ergebnissen besteht in den sehr hohen Graden nahe 200. Dieser resultiert daraus, dass das TM-Resultat auf einer Parametrisierung bis Grad/Ordnung 200 beruht und die letztlich in der strengen Lösung angewandte Strategie des Aufstellens eines erweiterten Systems bis Grad/Ordnung 204 und dem Abschneiden am Ende der Berechnung nicht durchgeführt wurde. Global konnte durch diese Strategie die Schwerkeldlösung um ca. 10–15 % verbessert werden.

Basierend auf der Koeffizientenschätzung der kombinierten strengen Lösung wurde neuerlich ein Differenzfeld von Höhenanomalien bis Grad/Ordnung 200 relativ zum wahren Referenzmodell EGM96 gerechnet (Abb. 7, links).

Die Standardabweichung der Differenzfelder im geographischen Bereich $|\varphi| < 83.5^\circ$ beträgt für die Höhenanomalien $\sigma_\zeta = 2.93 \text{ cm}$ und für die Schwereanomalien $\sigma_{\Delta g} = 0.81 \text{ mGal}$. Die maximale Abweichung der Höhenanomalien liegt natürlich in den Polregionen, und beträgt $\zeta_{max} = 2.49 \text{ m}$. Dies ist konsistent mit den erwarteten Fehlern aufgrund der Verwendung der SST-Lösung bis Grad/Ordnung 50 als Stabilisierungsfunktion in den Polgebieten. Es soll erwähnt werden, dass in der Regel ein noch etwas besseres Regularisierungsergebnis ohne Einführung von externer Vorinformation mittels der adaptierten Regularisierungsmethode Second Order SCR (Metzler und Pail 2006) erzielt werden kann. Diese Methode wurde jedoch in dieser Fallstudie nicht angewendet.

Neben der Koeffizientenschätzung ist auch die zugehörige volle Varianz-Kovarianzmatrix (ca. 20 GBytes in ASCII-Formatierung) bis Grad/Ordnung 200 Teil der Lösung. Um die Plausibilität dieses umfangreichen Produktes zu überprüfen, wurde eine strenge Kovarianz-

fortpflanzung gerechnet, um als Ergebnis Varianzen bzw. Standardabweichungen von Höhenanomalien auf einem globalen Raster zu erhalten. Abb. 7 (rechts) zeigt die Struktur dieses Feldes. Verglichen mit den absoluten Abweichungen in Abb. 7 (links) stimmt die statistische Fehlerschätzung sehr gut überein und demonstriert neu erlich die Konsistenz der Ergebnisse dieser numerischen Studie.

4 Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

In diesem Beitrag wurden die Softwarearchitektur und die Hauptkomponenten der SPF6000 beschrieben. Die Software ist nun vollständig implementiert, Software und Hardware sind integriert und wurden im Rahmen des »Acceptance Test 2« des HPF-Projektes seitens der ESA als operationelles System zur offiziellen GOCE-Prozessierung abgenommen. Der Datenfluss durch das SPF6000 sowie die Vernetzung der einzelnen Module wurde an hand einer numerischen Fallstudie demonstriert, die auf den offiziellen Testdaten des ESA-Abschlusstests beruht. Ebenfalls wurden die wesentlichen Produkte, die im Rahmen der GOCE-Prozessierung vom SPF6000 generiert werden sollen, diskutiert. Diese numerische Studie steht dabei exemplarisch für eine Vielzahl von unterschiedlichen Testszenarien, mit deren Hilfe das SPF6000 während seiner Entwicklungsphase fortlaufend validiert wurde. Letztlich steht ein operationelles System bereit, das nach Verfügbarkeit der ersten realen GOCE-Daten (Start des GOCE-Satelliten ist für 2007/08 geplant) die Prozessierung aufnehmen wird.

Danksagung

Wesentliche Teile dieser Studie wurden im Rahmen des ESA-Projektes »GOCE High-level Processing Facility«

(Kontrakt No. 18308/04/NL/MM) angefertigt. Finanzielle Unterstützung während der Software-Entwicklungsphase kam von der österreichischen Programminitiativ «Austrian Space Application Programme» der Österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft FFG (Kontrakte No. ASAP-CO-008/03 und ASAP-WV-211/05) sowie dem Projekt GOCE-GRAND im Rahmen des deutschen Geotechnologien-Programms des BMBF und der DFG.

Literatur

- Badura, T.: Gravity Field Analysis from Satellite Orbit Information applying the Energy Integral Approach. Dissertation, 109 S., TU Graz, 2006.
- Badura, T. et al.: Derivation of the CHAMP-only global gravity field model TUG-CHAMP04 applying the energy integral approach. *Stud. geophys. geod.* 50, S. 59–74, 2006.
- Boxhammer, Ch.: Effiziente numerische Verfahren zur sphärischen harmonischen Analyse von Satellitendaten. Dissertation, 95 S., Universität Bonn, 2006.
- Boxhammer, Ch., Schuh, W.-D.: GOCE gravity field modeling: computational aspects – free kite numbering scheme. In: Rummel et al. (eds.): *Observation of the Earth System from Space*, S. 209–224, Springer, Berlin/Heidelberg, 2006.
- De Sanctis, S. et al.: Simulator Design Specification. Technical Note, GO-SP-AI-0001, Alenia Spazio, Turin, Italy, 2002.
- ESA: Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission. Reports for mission selection, The four candidate Earth explorer core missions, SP-1233(1), European Space Agency, Noordwijk, 1999.
- Földváry, L. et al.: Gravity Model TUM-2Sp Based on the Energy Balance Approach and Kinematic CHAMP Orbits. In: Reigber et al. (eds.), *Earth Observation with CHAMP – Results from Three Years in Orbit*, S. 13–18, Springer Verlag, 2004.
- Klees, R. et al.: Efficient gravity field recovery from GOCE gravity gradient observations. *J. Geod.* 74, S. 561–571, 2000.
- Koch, K.-R., Kusche, J.: Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. *J. Geod.* 76, S. 259–268, 2002.
- Lackner, B.: Datainspection and Hypothesis Tests of very long Time Series applied to GOCE Satellite Gravity Gradiometry Data. Dissertation, 187 S., TU Graz, 2006.
- Lemoine, F.G. et al.: The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96. National Aeronautics and Space Administration, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 1998.
- Metzler, B., Pail, R.: GOCE data processing: the Spherical Cap Regularization Approach. *Stud. Geophys. Geod.* 49, S. 441–462, 2005.
- Metzler, B., Pail, R.: Spherical Cap Regularization of GOCE normal equation systems. Proc. 3rd GOCE User Workshop, Frascati, November 2006, European Space Agency, Noordwijk, 2006.
- Migliaccio, F. et al.: Spacewise approach to satellite gravity field determinations in the presence of coloured noise. *J. Geod.* 78, S. 304–313, 2003.
- Pail, R.: A parametric study on the impact of satellite attitude errors on GOCE gravity field recovery. *J. Geod.* 79, S. 231–241, 2005.
- Pail, R., Plank, G.: Assessment of three numerical solution strategies for gravity field recovery from GOCE satellite gravity gradiometry implemented on a parallel platform. *J. Geod.* 76, S. 462–474, 2002.
- Pail, R., Plank, G.: GOCE Gravity Field Processing Strategy. *Stud. Geophys. Geod.* 48, S. 289–308, 2004.
- Pail, R., Wermuth, M.: GOCE SGG and SST quick-look gravity field analysis. *Advances in Geosciences* 1, S. 5–9, 2003.
- Pail, R. et al.: Quick-Look Gravity Field Analysis (QL-GFA). DAPC Graz, Phase Ia, Final Report, WP Ia-4.1, S. 107–161, Graz, 2003.
- Pail, R. et al.: GOCE Quick-Look Gravity Field Analysis in the Framework of HPF. Proc. 3rd GOCE User Workshop, Frascati, November 2006, European Space Agency, Noordwijk, 2006.
- Preimesberger, T., Pail, R.: GOCE quick-look gravity solution: application of the semianalytic approach in the case of data gaps and non-repeat orbits. *Studia geophys. geod.* 47, S. 435–453, 2003.
- Rummel, R. et al.: Spherical harmonic analysis of satellite gradiometry. *Neth. Geod. Comm., Publications on Geodesy* 39, Delft, The Netherlands, 1993.
- Rummel, R. et al.: High Level Processing Facility for GOCE: Products and Processing Strategy. Proc. 2nd International GOCE User Workshop, Frascati, 2004.
- Schuh, W.-D.: Tailored Numerical Solution Strategies for the Global Determination of the Earth's Gravity Field, *Mitteilungen geod. Inst. TU Graz*, Nr. 81, Graz Univ. of Technology, Graz, 1996.
- Schuh, W.-D.: Improved modelling of SGG-data sets by advanced filter strategies. ESA-Project »From Eötvös to mGal+«, Final Report, ESA/ESTEC Contract 14287/00/NL/DC, WP 2, S. 113–181, ESA, Noordwijk, 2002.
- Schuh, W.-D.: The processing of band-limited measurements; filtering techniques in the least squares context and in the presence of data gaps. In: Beutler et al. (eds.): *Earth Gravity Field from Space – From Sensors to Earth Sciences*, Space Science Reviews 108, S. 67–78, 2003.
- Schuh, W.-D., Kargoll, B.: The numerical treatment of the downward continuation problem for the gravity potential. In: Sanso (ed.): *Hotine-Marussi-Symposium, IAG Symposia, Lecture Notes in Earth Sciences*, no. 127, S. 22–31, Springer, Berlin/Heidelberg, 2004.
- Schuh, W.-D. et al.: Assessment of different numerical solution strategies for gravity field recovery. Proc. 1st Internat. GOCE User Workshop, April 2001, WP-188, S. 87–95, ESTEC Noordwijk, European Space Agency, 2001.

Anschrift der Autoren

Roland Pail | Bernhard Metzler | Thomas Preimesberger |

Helmut Goiginger | Reinhard Mayrhofer

TU Graz, Institut für Navigation und Satellitengeodäsie

Steyrergasse 30, 8010 Graz, Österreich

Tel.: +43 316 873-6359

pail@geomatics.tu-graz.ac.at

Eduard Höck

Österreichische Akademie der Wissenschaften

Institut für Weltraumforschung

Schmiedlstraße 6, 8042 Graz, Österreich

eduard.hoeck@oeaw.ac.at

Wolf-Dieter Schuh | Hamza Alkathib | Christian Boxhammer | Christian Siemes

Universität Bonn, Institut für Geodäsie und Geoinformation

Professur für Theoretische Geodäsie

Nussallee 17, 53115 Bonn

schuh@uni-bonn.de

Martin Wermuth

TU München, Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie

Arcisstraße 21, 80333 München

wermuth@bv.tu-muenchen.de