

Bayesischer Ansatz zur Integration von Expertenwissen in die Immobilienbewertung (Teil 2)

Alexandra Weitkamp und Hamza Alkhatib

Zusammenfassung

Zur Integration von aus Interviews gewonnenem Expertenwissen wird eine Bayesische Methode für die Wertermittlung adaptiert. Hintergrund dieses Ansatzes ist die Idee, Sachverständ in datengetriebene Modelle zu integrieren. Das Expertenwissen der Sachverständigen kann als sehr gut eingestuft werden, wird aber in der Regressionsanalyse nur für die Erstellung des Modells – also für die Auswahl der Einflussgrößen, die Selektion der zu verwendenden Fälle und die Definition des funktionalen Zusammenhangs zwischen Daten und Parameter eingesetzt. Der technische Teil der Regressionsanalyse selbst wird in der Regel rein automatisiert durchgerechnet. In diesem Ansatz wird Expertenwissen in einem Experiment gewonnen. Die Sachverständigen schätzen den Verkehrswert von Objekten und den Einfluss von Variationen der Einflussgrößen auf den Verkehrswert ein. Diese Informationen werden als a priori Dichtefunktion modelliert und mit den Daten in Form einer Likelihood-Funktion in eine Posteriori-Dichtefunktion überführt. Hieraus ergeben sich präzisere Regressionskoeffizienten und sicherere Konfidenzintervalle. In einer Evaluation kann dargelegt werden, dass sich größtenteils bessere Schätzungen für die Zielgröße mit dem Bayesischen Ansatz erreichen lassen.

Summary

In this paper, a Bayesian method has been adapted for valuation of real estates to integrate expert knowledge (e.g. by means of interview techniques). The background of this approach is the integration of expert knowledge in data-driven models (generally the purchases of real estates). In Germany, the expert knowledge is generally rated very well. However, this knowledge is used in the classical multiple regression analysis only for building the model, e.g. for the choice of the independent variables, for the selection of the used purchases and for the definition of the functional relationship between the data and the regression coefficients. The technical part of the regression analysis is carried out automatically.

The expert knowledge in this approach is derived from an experiment. The experts have to estimate the market value of known selected objects and the influence of variations of the influencing variables on this market value. This information is modeled as prior density function, whereas the purchases are combined in another density function – so called the likelihood function. The combination of both density functions by using Bayes's theorem leads to the posterior density function. The resulting estimates from the Bayesian approach are more precise regression coefficients and a narrower range of the confidence intervals. It was confirmed in an independent evaluation, that better derived results can be estimated within the Bayesian approach for the most part of dependent variables.

Schlüsselworte: Wertermittlung, Bayes-Statistik, Expertenwissen, Multiple Lineare Regressionsanalyse, Kauffälle

1 Einleitung

An die Immobilienbewertung werden nicht zuletzt aufgrund der letzten Finanz- und Immobilienkrise immer höhere Anforderungen gestellt. Die Ergebnisse sollen nach der Rechtsprechung bestimmten Anforderungen genügen (z. B. nach BVerfG, Urt. v. 07.11.2006 1 BvL 10/02: $\pm 20\%$ des Verkehrswertes). Im ersten Teil dieses Beitrags wird eine Methodik erarbeitet, mit der der Verkehrswert im Vergleichswertverfahren genauer abgeleitet werden kann (Alkhatib und Weitkamp 2012). Durch den Bayesischen Ansatz ist es möglich, Expertenwissen in die klassische multiple lineare Regressionsanalyse zu integrieren.

Der Sachverständ von Immobilienbewertern ist in der Regel sehr groß. Während der Sachverständ für die Aufstellung des Modells großen Einfluss auf das zu erzielende Ergebnis hat, kann im Anschluss das reine Rechenverfahren über Programmsysteme abgewickelt werden, ohne dass ein Eingreifen erforderlich wird. Erforderliche Programmroutine sind standardmäßig implementiert.

Außer Acht gelassen wird in dieser Vorgehensweise, dass in der Immobilienbewertung die Eingangsgrößen mit Unsicherheiten behaftet sind. Hintergrund ist der unscharfe Markt. Viele Größen können nicht exakt ermittelt werden; vielfach sind lediglich Spannen bekannt, innerhalb welcher die Eingangsgröße liegt. Anstatt allerdings die Unsicherheit des Verkehrswertes statistisch fundiert abzuleiten, wird der Verkehrswert von den Sachverständigen – wenn überhaupt – als Wertspanne angegeben. Damit versuchen die Bewerter der Tatsache gerecht zu werden, dass eine präzise Verkehrswertermittlung nicht möglich ist (vgl. Streich 2003, Metzger 2008, Jester und Roesch 2006, Engel 2008, Petersen 2007). Der Verkehrswert wird in der Regel ohne Genauigkeitsangaben in den Gutachten angegeben. Hierfür fehlt eine zielführende Methodik. Auch besteht ein gewisser Vorbehalt, große Unsicherheiten in Gutachten anzugeben – hier gibt es Bedenken, wie sich dies auf die Interpretation des Kunden auf die geleistete Arbeit auswirken könnte (Jester und Roesch 2006). Der Begriff der »Unsicherheit« wird in diesem Beitrag nicht nach ISO/IEC Guide 98-3 (2008b) und ISO/IEC Guide 98-3 (2008a) im Sinne einer Messungsgenauigkeit verstanden, sondern bezieht sich auf die Genauigkeit der Zielgröße, deren Konfidenzintervalle und mögliche Kovarianzen.

Wird die Regressionsanalyse verwendet, so ist eine Angabe der Unsicherheit möglich. Kommt zudem der Bayesische Ansatz zum Einsatz, so wird einerseits das Regressionsmodell verbessert und andererseits wird ein verbessertes Wissen über die Unsicherheit des Schätzwertes (Zielgröße) erhalten. Zu erwarten ist daher, dass mit Hilfe des Bayesischen Ansatzes in Zukunft eine geringere Stichprobe (Vergleichsfälle) benötigt wird. Das lässt somit eine Übertragbarkeit auf kaufpreisarme Lagen erwarten.

2 Zusammenfassung des theoretischen Ansatzes

Abb. 1 veranschaulicht den Bayesischen Ansatz in der Immobilienbewertung, der im ersten Teil dieses Beitrags vorgestellt wurde. Mit Hilfe des Bayesischen Ansatzes wird das Expertenwissen in datengetriebene Modelle integriert. In der Immobilienbewertung wird dies anhand

der multiplen linearen Regression realisiert. Das Regressionsmodell kann in der Form

$$y = X\beta + \epsilon \quad (1)$$

beschrieben werden (Urban und Mayerl 2006, Fahrmeir, Kneib und Lang 2009, Ziegenbein 1977). Die abhängige Variable (Zielgröße) y ergibt sich aus dem funktionalen Zusammenhang der Regressionskoeffizienten β und der unabhängigen Variablen (Einflussgrößen) X . Die verbleibenden Residuen werden durch ϵ repräsentiert.

Das Expertenwissen wird aus Interviews mit Sachverständigen gewonnen (vgl. Abschnitt 4). Ihre Aufgabe im Rahmen der Interviews ist die Einschätzung von Veränderungen der Verkehrswerte, die durch Variationen eines Wertermittlungsobjektes auftreten. Diese Einschätzungen werden als eine weitere Stichprobe zusammengefasst. Sie stellt die a priori Wahrscheinlichkeitsdichte über die Parameter $p(\beta)$ dar. Diese a priori Informationen werden in der multiplen linearen Regressionsanalyse verarbeitet.

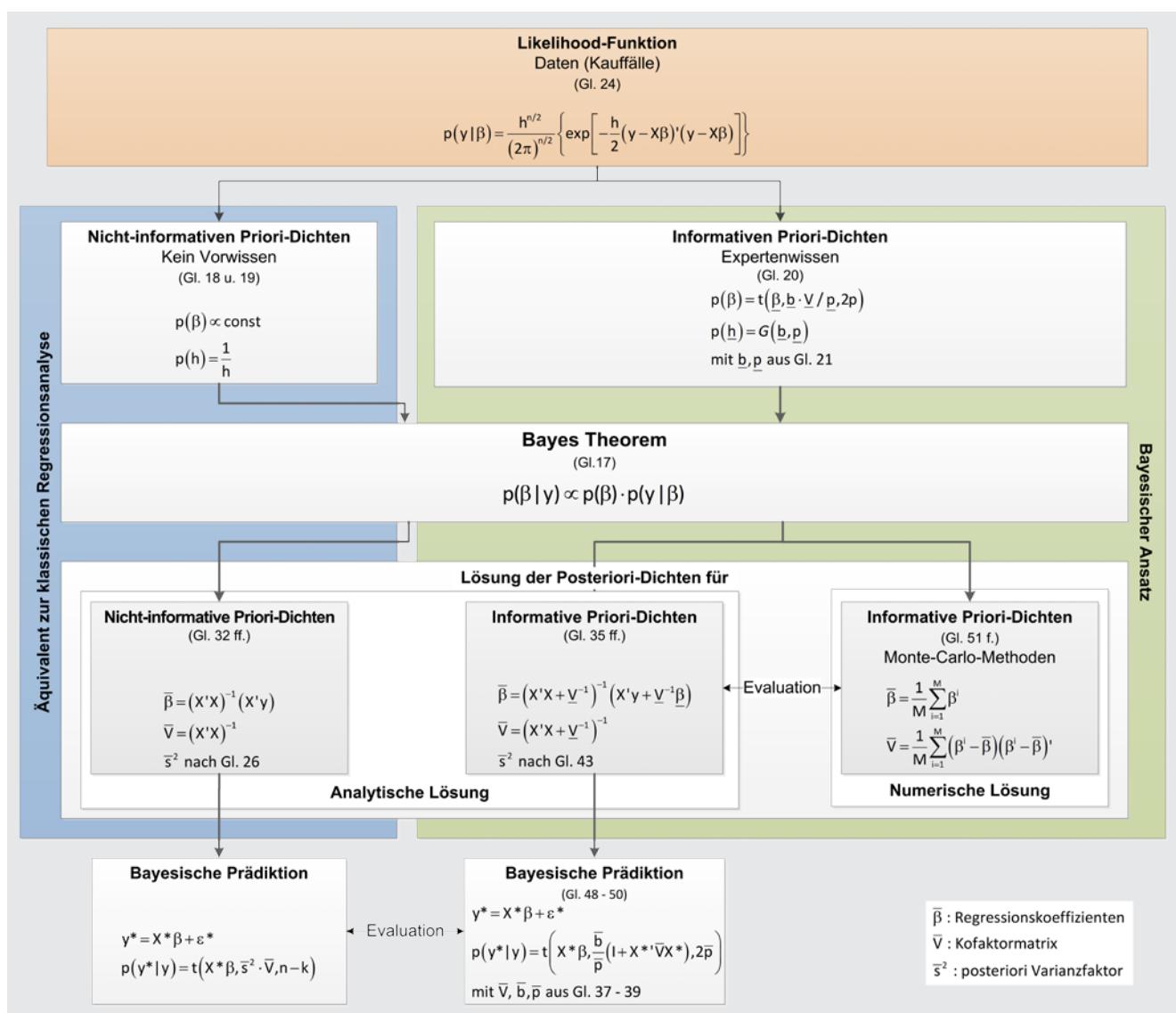


Abb. 1: Der Bayesische Ansatz – Leitfaden für die Wertermittlung (Alkhatib und Weitkamp 2012). Die Gleichungsnummerierung bezieht sich auf den ersten Teil des Beitrags.

Das Ergebnis stellt eine Regressionsfunktion einschließlich der Aussagen zum Unsicherheitshaushalt dar. Aus dieser Regressionsfunktion werden normalverteilte Priori-Dichten abgeleitet, die im Folgenden in den Bayesischen Ansatz als informative Priori-Dichten integriert werden.

Die Kauffälle aus der Amtlichen Kaufpreissammlung (AKS) werden zur Aufstellung der Likelihood-Funktion verwendet. Die Aufstellung erfolgt gleichzeitig mit der Bildung der Priori-Dichten. Die Kauffälle werden in einer Regressionsanalyse untersucht und entsprechend die Regressionskoeffizienten β geschätzt. Zielgröße ist der »Kaufpreis pro Wohnfläche« (y) in »Euro/m²«, Einflussgrößen sind die Grundstücksfläche (m²), der Bodenrichtwert (BRW in Euro/m²), das Baujahr (a), die Wohnfläche (m²) und die Ausstattung (einheitenfrei). Die Einflussgrößen sind zusammengefasst in X.

Anschließend werden die Priori-Dichte $p(\beta)$ und die Likelihood-Funktion $p(y|\beta)$ im Bayes-Theorem zusammengeführt:

$$p(\beta|y) \propto p(\beta) p(y|\beta). \quad (2)$$

Das Ergebnis ist die sogenannte Posteriori-Dichtefunktion $p(\beta|y)$. Im Fall der multiplen linearen Regression ist diese Funktion aufgrund der Normalverteilungsannahme und der Linearität analytisch lösbar. Träfe eine dieser Annahmen nicht zu, so kann eine numerische Lösung durch Monte-Carlo-Methoden herbeigeführt werden. Hier wird die numerische Lösung mittels Monte-Carlo-Methoden zur Validierung der analytischen Lösung verwendet. Vornehmliches Ergebnis der Posteriori-Dichte ist eine präzisere Schätzung der Regressionskoeffizienten. Daneben wird die Unsicherheit bestimmt und die Vertrauensbereiche werden geschätzt. Die entsprechende mathematische Vorgehensweise für die Ableitung der Priori-Dichten, der Likelihood-Funktion und der Posteriori-Dichten wurde ausführlich in Alkhatib und Weitkamp (2012) erarbeitet.

Vorteil dieser Methode für Gutachter ist, dass die aus der Posteriori-Dichtefunktion abgeleiteten Regressionskoeffizienten durch das Expertenwissen verbessert werden. Daneben erhält der Gutachter bessere Erkenntnisse zum Unsicherheitshaushalt und eine sicherere Abschätzung des Konfidenzintervalls. Allerdings ist festzuhalten, dass die Priori-Dichte (gewonnen aus Expertenwissen) einen großen Einfluss auf die resultierende Posteriori-Dichte und damit auf die gesamte Regression hat. Eine nicht zutreffende Einschätzung führt zu einem verzerrten Ergebnis und zu Fehlinterpretationen. Ist sich der Bewertungssachverständige in seiner Einschätzung nicht sicher, besteht daher die Möglichkeit, das Gewicht der a priori Information zu verringern. Auch können nicht-informative Priori-Dichten verwendet werden – dies bedeutet, dass die Integration der (tatsächlichen) Priori-Dichte vermieden wird und die Ergebnisse der klassischen multiplen linearen Regressionsanalyse erhalten werden.

3 Expertenwissen in der Immobilienbewertung

Die Methode des Bayesischen Ansatzes in der Immobilienbewertung steht und fällt mit der Qualität des Expertenwissens. Eine gute Einschätzung durch die Sachverständigen kann eine schwache Stichprobe stabilisieren, jedoch können falsche und unzutreffende Einschätzungen eine starke Stichprobe negativ beeinflussen. Daher soll im Folgenden das Expertenwissen in der Immobilienbewertung in Deutschland näher betrachtet werden.

Ziel der Immobilienbewertung ist in der Regel die Ermittlung des Verkehrswertes (Marktwert). Der Verkehrswert ist in § 194 BauGB definiert als »Preis, der in dem Zeitpunkt, auf den sich die Ermittlung bezieht, im gewöhnlichen Geschäftsverkehr nach den rechtlichen Gegebenheiten und tatsächlichen Eigenschaften, der sonstigen Beschaffenheit und der Lage des Grundstücks oder des sonstigen Gegenstands der Wertermittlung ohne Rücksicht auf ungewöhnliche oder persönliche Verhältnisse zu erzielen wäre.« Es ist notwendig, dass der Immobilienmarkt durch Gutachterausschüsse beobachtet und analysiert wird, um eine Verkehrswertermittlung im Sinne des § 194 zu gewährleisten. Stehen viele Informationen (insb. Kauffälle) zur Verfügung, so kann sich die Bewertung auf (technische) Methoden stützen: Im besten Fall ist es möglich Vergleichswerte basierend auf der Regressionsanalyse zu ermitteln (Ziegenbein 2010). Expertenwissen fließt dort »nur« für die Aufstellung des Modells ein. Die Methode selbst ist standardisiert.

Je weniger Daten (Kauffälle) vorhanden sind, desto anspruchsvoller wird die Bewertung. Oft gelingt eine Bewertung nur dadurch, dass die Kenntnis aus anderen Teilmärkten auf das vorliegende Bewertungsobjekt übertragen wird (Ziegenbein 2010). Hierbei kommen deduktive und residuale Methoden zum Einsatz. Auch können ggf. Informationen aus Angeboten, Ausschreibungen und Gutachten verwendet werden. Falls es unabwendbar ist, kann der Sachverständige den Wert frei nach gutachterlichem Sachverständigen (ein-)schätzen (Kleiber, Simon und Weyers 2007, S. 1151). Je geringer somit die Informationsdichte ist, desto mehr gutachterlicher Sachverständigen ist notwendig.

Reuter (2006) nutzt diesen gutachterlichen Sachverständigen für die Methode des intersubjektiven Preisvergleiches. Ergebnis einer Umfrage war, dass sich Gutachterausschüsse sehr häufig des gutachterlichen Sachverständigen bedienen, um in kaufpreisarmen Lagen Bodenrichtwerte zu ermitteln. Die Methode des intersubjektiven Preisvergleiches basiert auf der Einschätzung von Werterhöhungen und -verlusten mit nachvollziehbarer Begründung. Bei dieser Methode werden lediglich spezifische Marktkenntnisse und Erfahrungen eingebracht, die aber durch unabhängige Befragung von Experten objektiviert werden.

Es stellt sich daher die Frage, was einen guten Sachverständigen bzw. einen adäquaten gutachterlichen Sachverständigen – das Expertenwissen – ausmacht.

Ziegenbein (2010) fordert, dass Bewertungsstellen und Sachverständige bestimmte Kenntnisse über Immobilienwerte durch Ausbildung und Erfahrung besitzen sollten. Sie sollen professionell, faktenbezogen und objektiv agieren. Sachverständige sollten unabhängig und neutral arbeiten und weder finanziell noch persönlich vom Auftraggeber abhängig sein (Ziegenbein 2010). Die Sachverständigen gehören den Berufssparten der Geodäten, Ökonomen, Bauingenieure/Architekten, Juristen oder Makler an. Sie bringen dadurch unterschiedliches technisches Fachwissen mit. Eine gesetzliche Lizenz ist in Deutschland nicht notwendig, dennoch hat der Sachverständige seine Kompetenz und eine ausreichende Berufserfahrung nachzuweisen (Gondring 2004, S. 943 f.).

Das *Blue Book* 2009 der »The European Group of Valuers' Associations« (TEGOVA) definiert einen qualifizierten Sachverständigen als jemanden, der einen universitären Abschluss bzw. eine vergleichbare Qualifikation nachweisen kann, über mindestens zwei Jahre Berufserfahrung in der Immobilienbewertung verfügt und seine Kompetenz durch Weiterbildung aufrechterhält und erweitert. Auch gilt als qualifizierter Sachverständiger, wer über langjähriges relevantes Fachwissen verfügt und mindestens zwanzig Gutachten in der Immobilienbewertung in den vergangen zwei Jahren aufweisen kann. Der Sachverständige muss örtliche Marktkenntnisse vorweisen oder sich einer solchen Person bedienen können. Ggf. muss er eine entsprechende Berufserlaubnis besitzen und sich an rechtliche und andere Anforderungen halten (TEGOVA 2009, S. 39 ff.). Gondring (2004) definiert vier Anforderung an Sachverständige: Sie müssen spezielle Erfahrungen aufweisen, objektiv handeln, unabhängig und unparteiisch sein und die Bewertungsaufgaben persönlich ausführen (entweder er selbst oder unter Zuhilfenahme anderer Experten oder Gutachten).

In Deutschland können Sachverständige zur Immobilienbewertung anhand ihrer Qualifizierung unterschieden werden. Freie Sachverständige weisen ihren Sachverstand bedarfswise nach. Durch die Industrie- und Handelskammer öffentlich bestellte und vereidigte Sachverständige müssen schriftliche und mündliche Prüfungen bestehen und ihre Qualifikation regelmäßig alle fünf Jahre nachweisen (Ziegenbein 2010). Der Sachverständige demonstriert sein Fachwissen in der Regel vor einer speziellen Expertenkommission. Er hat sein Können, seine durchschnittlichen Kenntnisse, Fähigkeiten und Erfahrungen aus der Praxis zu beweisen. Die ernennende Stelle ist allerdings nicht an die Expertenkommission gebunden. Wegen der fehlenden Transparenz des Leistungsniveaus führt Schmalgemeier (2007) aus, dass eine Qualitätskontrolle nicht adäquat beurteilt werden kann und deklariert »strukturelle Defizite«.

Zertifizierte Sachverständige werden nach DIN EN ISO/IEC 17024 (2003) durch eine Zertifizierungsstelle zertifiziert. Diese Stelle muss prüfen, ob der Sachverständige alle Akkreditierungskriterien und -anforderungen erfüllt. Die unterschiedlichen Zertifizierungsebenen werden dem

unterschiedlichen Sachverständigen gerecht und sind durch den Prüfstoffkatalog reguliert. Der Sachverständige muss einen Antrag auf Zertifizierung stellen. Voraussetzung ist u.a. der Nachweis von Erfahrung. Der Antrag wird geprüft und bei Annahme müssen schriftliche und mündliche Prüfungen bestanden werden. Auch hier wird das Zertifikat regelmäßig alle fünf Jahre durch Vorlage von Gutachten und eine wiederholte mündliche Prüfung erneuert. Eine Qualitätskontrolle sowohl der Zertifizierungsstelle als auch der zertifizierten Sachverständigen erfolgt regelmäßig. Als einziges Defizit ist der fehlende Schutz der Definition eines »zertifizierten Sachverständigen« festzustellen (Schmalgemeier 2007). Darüber hinaus gibt es angestellte Sachverständige, die ihr Fachwissen lediglich intern nachweisen müssen; aber auch hier wird immer öfter eine externe Zertifizierung durch den Arbeitgeber gefordert.

Als Letztes sind die durch Verbände anerkannten Sachverständigen zu nennen: Beispiele hierfür sind der Bund deutscher Vermessungsingenieure (BDVI) oder die Royal Institution of Chartered Surveyors (RICS). Sie müssen ihre Kompetenz nach Verbandsregularien nachweisen (Ziegenbein 2010, Schmalgemeier 2007). Schmalgemeier (2007) stellt fest, dass eine kontinuierliche Qualitätskontrolle die Ausnahme darstellt. Er weist darauf hin, dass eine Mitgliedschaft in einem Verband kein Gütesiegel darstellt. Aufgrund der Heterogenität der Sachverständigen hat Deutschland Probleme, seine Position im internationalen Kontext zu halten. Es kann sich nicht einheitlich präsentieren (Schmalgemeier 2007).

Wie gut Sachverständige tatsächlich bewerten, kann daran gemessen werden, wie »nah« ein ermittelter Verkehrswert und ein dazugehöriger Kaufpreis liegen. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, dass ein vorab getätigtes Gutachten den Kaufpreis ebenfalls beeinflusst, sofern davon auszugehen ist, dass mindestens eine Partei Zugang zu dem Gutachten hatte. Dazu gibt es allerdings nur wenige Studien. Die Royal Institution of Chartered Surveyors (RICS) veröffentlicht jährlich eine Studie über die Differenz zwischen Kaufpreisen und vorher ermittelten Werten in unterschiedlichen Ländern Europas, u. a. in Deutschland. Datengrundlage bildet die Investment Property Databank (IPD). Die Studie analysiert dem Markt vorangegangene Bewertungen und durchschnittliche Differenzen zwischen Kaufpreisen und Werten. In Deutschland liegt die absolute Differenz zwischen 5 und 16%. Mit dieser Studie wird nur die Qualität der Bewertung institutioneller Gutachter erfasst, weil die Datenbank der IPD institutionelle Daten sammelt (RICS 2010). Die IPD verwendet primäre Daten von Investoren und Immobilieneigentümern wie beispielsweise Daten der institutionellen Immobilienportfolios, finanzielle und deskriptive Informationen über Immobilien, die als Finanzinvestition gehalten werden. Die Daten umfassen z.B. Marktbewertungen, Einkommen, Ausgaben für Gebäude, Standort, Nutzung und Art (IPD 2011). Eine Schlussfolgerung über die Genauigkeit von Gutachten und somit der Rückschluss

auf die Güte des Sachverständigen ist daher nur für Gutachter möglich, die institutionelle Immobilien bewerten.

Es kann festgehalten werden, dass der Bayesische Ansatz nur angewendet werden sollte, wenn die Qualität der Gutachter sichergestellt ist. Dies kann über eine Zertifizierung o.Ä. erfolgen, kann aber auch durch andere Nachweise erbracht werden. Speziell sollte darauf geachtet werden, dass sich das Expertenwissen auf mehrere Sachverständige stützen sollte, die wiederum gleiche Sachverhalte einschätzen, um ggf. Ausreißer in der Einschätzung zu erkennen. Dabei muss die Unabhängigkeit der Sachverständigen gewährleistet werden, um deren unabhängige Einschätzung sicherzustellen.

4 Experiment zur Generierung des Expertenwissens

Als Untersuchungsgebiet wurde die Region Osnabrück als räumlicher Teilmarkt ausgewählt. Osnabrück liegt im Westen Niedersachsens. Südlich grenzt das Bundesland Nordrhein-Westfalen mit den Städten Bielefeld und Münster an. Der nördliche Bereich ist ländlich geprägt und ist benachbart zum Oldenburgischen Münsterland und zum Emsland. Die infrastrukturelle Anbindung ist sehr gut: Es existieren Autobahnanschlüsse, Bahnverbindungen und die direkte Anbindung zum Flughafen Münster/Osnabrück. Die Region Osnabrück umfasst die Stadt und den Landkreis Osnabrück. Die Stadt Osnabrück ist die drittgrößte Stadt in Niedersachsen mit 163.000 Einwohnern. In der Region leben ca. 359.000 Einwohner.

Das Gebiet wurde wegen seiner guten Datenlage gewählt. Voraussetzung war, dass der Gutachterausschuss die Kauffälle in der Kaufpreissammlung führt und die Kauffälle markiert, für die ein vorangegangenes Gutachten existiert. Somit ist es möglich, diese Kauffälle zu selektieren und gesondert zu betrachten.

Als sachlicher Teilmarkt wurden freistehende Ein- und Zweifamilienhäuser sowie Doppelhaushälften und Reihenhäuser untersucht. Die Stichprobe wurde unterteilt in Kauffälle, zu denen ein vorangegangenes Gutachten vorliegt, und in die verbleibenden Kauffälle. Abb. 2 stellt die Verteilung der Kauffälle (blaue Kreise) und die kombinierten Kauffälle und Gutachten (rote Kreise) dar. Alle Kauffälle wurden im gewöhnlichen Geschäftsverkehr ohne persönliche Verhältnisse erzielt.

Tab. 1 fasst die wertrelevanten Faktoren der Stichprobe zusammen. Neben Anzahl der Belegung der n Kauffälle werden die wichtigsten Kenngrößen wie Mittelwert, Median etc. dargelegt. Zielgröße der Auswertung ist der Wohnflächenpreis (Kaufpreis pro m^2 Wohnfläche: KP/WF). Einflussgrößen sind die Grundstücksfläche (F), die Wohnfläche (WF), der Bodenrichtwert (BRW), das Baujahr (BJ) und die Ausstattung (A). Diese Stichprobe wurde für die folgende Regression verwendet (vgl. Abschnitt 5).

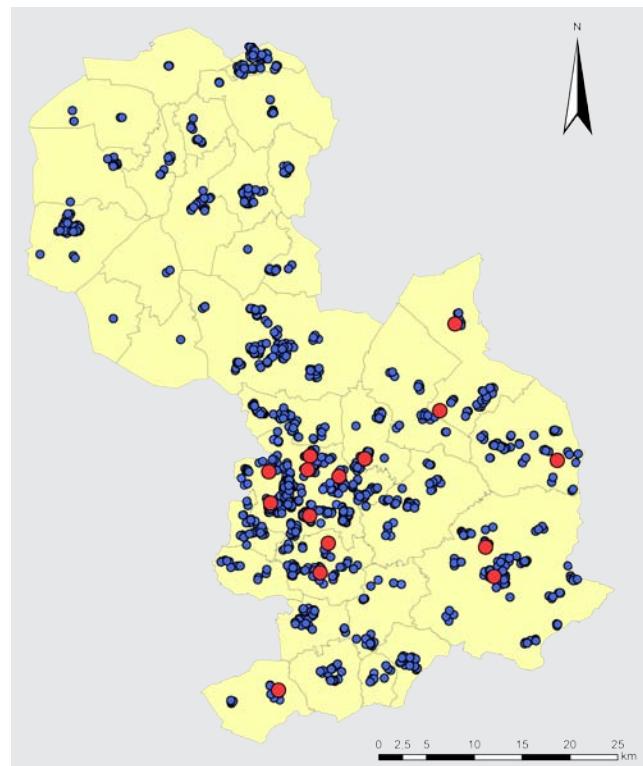


Abb. 2: Die untersuchte Stichprobe Osnabrück. In Rot dargestellt sind die Kauffälle mit vorhandenem Gutachten, in Blau gekennzeichnet sind die regulären Kauffälle.

Tab. 1: Deskriptive Statistik der verwendeten Kauffälle (blaue Kreise in Abb. 2)

	KP/WF [€/m ²]	F [m ²]	BRW [€/m ²]	BJ [a]	WF [m ²]	A
Anzahl	1292	1292	1292	1292	1292	1286
Mittel	1197	646	104	1979	289	3
Median	1157	653	95	1979	272	3
Stdabw.	380	286	62	16	102	1
Min.	344	122	8	1950	60	1
Max.	4747	1500	400	2007	990	7

Zur Modellierung der a priori Information wurden 15 Gutachten verwendet (rote Kreise in Abb. 2). Zehn Gutachten bewerten freistehende Ein- und Zweifamilienhäuser, fünf Gutachten bewerten Doppelhaushälften und Reihenhäuser. Sechs Objekte befinden sich in der Stadt Osnabrück, die restlichen im Landkreis. Diese Gutachten bilden die Grundlage für die Befragung der Sachverständigen und der Generierung des Expertenwissens zur Verwendung als a priori Information.

Alle befragten Sachverständigen sind Mitglieder des Gutachterausschusses für Grundstückswerte Osnabrück. Sie gehören den Berufssparten Makler, Banker und behördliche Sachverständige an. Jeder Sachverständige erhält fünf Objekte zur Begutachtung. Zu jedem Objekt soll er den Verkehrswert ermitteln. Die Objekte kommen aus seinem gewöhnlichen Arbeitsumfeld. Die Experten bringen daher gute Orts- und Objektkenntnisse mit. Dabei

wurde darauf geachtet, dass sie nicht an der Erstellung des Originalgutachtens des Gutachterausschusses beteiligt waren.

Die Sachverständigen erhalten alle notwendigen Informationen, um den Verkehrswert zu ermitteln. Daneben soll jeder Sachverständige den Einfluss der Variation je eines wertrelevanten Parameters auf den Verkehrswert einschätzen. Variiert werden die Parameter: Grundstücksfläche, BRW, Baujahr, Bruttogrundfläche bzw. Wohnfläche und Ausstattung. Insgesamt ermittelt jeder Sachverständige zu jedem Objekt den Verkehrswert und drei Veränderungen des Verkehrswertes aufgrund der Variation je eines wertrelevanten Faktors.

Die vorgenommenen Variationen bewegen sich innerhalb der für das Objekt realistischen Grenzen. Für jedes Objekt wurden drei Variationen definiert. Es wurde darauf geachtet, dass die Variationen sowohl für ein Objekt als auch für den jeweiligen wertrelevanten Parameter jeweils in unterschiedliche Richtungen (unterschiedliches Vorzeichen) vorgenommen wurden: Das bedeutet, dass von den drei Variationen der Einflussgrößen *eines Objektes* je zwei erhöht (bzw. verringert) wurden und eine Variation genau gegenläufig verändert wird. Die Variationen einer *Einflussgröße*, z.B. des Bodenrichtwerts, wurden für mehrere Objekte vorgenommen. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Variation über all diese Objekte jeweils gleichmäßig erhöht und verringert wurde.

Da die Gutachter den Markt der jeweiligen Objekte kennen, können sie den Effekt der Variationen auf den Verkehrswert abschätzen. Zur Ermittlung des Verkehrswertes wurden digitale und analoge Rechenblätter zur Verfügung gestellt (vgl. Abb. 3). Durch diese Rechenblätter konnte die Modellkonformität und Einheitlichkeit sichergestellt werden. Hier sind wichtige Größen festgehalten bzw. im digitalen Rechenblatt implementiert, wie z.B. der Regionalfaktor, Baunebenkosten, Baukostenindex, die verwendete Formel zur Alterswertminderung sowie Baumängel und -schäden.

Im Ergebnis stehen für jedes Objekt Gutachten von drei bis fünf Sachverständigen zur Verfügung, die den Verkehrswert und die Veränderung des Verkehrswertes aufgrund von drei unterschiedlichen Variationen ermittelt haben. Die Sachverständigen hatten die Aufgabe, so vorzugehen, wie sie bei »realen« Bewertungsfällen ebenfalls vorgehen: Entweder basiert ihre Verkehrswertermittlung auf Kalkulationen oder auf Einschätzungen aus dem gutachterlichen Sachverstand.

Insgesamt werden 270 neue »Kauffälle« erstellt. Diese Datensätze werden als a priori Information im weiteren Verfahren verwendet. Aus dieser Datengrundlage werden die Priori-Dichten abgeleitet (vgl. Abschnitt 5).

GIH Geodätisches Institut Prof. Dr.-Ing. Winrich Valß		Gutachterausschuss für Grundstückswerte Osnabrück																																																																					
Rechenblatt für den Verkehrswert																																																																							
Gutachter: _____																																																																							
<small>Bitte ermitteln Sie den Verkehrswert entsprechend Ihrer üblichen Vorgehensweise! Gern können Sie dazu das nachfolgende Rechenblatt, eigene Schemata oder Abschätzungen nach gutachterlichem Sachverständ verenden bzw. anwenden.</small>																																																																							
<table border="1"> <thead> <tr> <th>Gebäudetyp</th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>= Kostenkennwert NHK 2000</td> <td>€/m²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Bruttogrundfläche (a+b)</td> <td>m²</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Baunebenkosten</td> <td>%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Regionalfaktor</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Ortsfaktor</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>+ Zuschlag für besondere Bautelle</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Baupreisindex 2000</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td colspan="3">Herstellungs Wert der baulichen Anlagen</td> </tr> <tr> <td>=</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Gebäudealter</td> <td>Jahre</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Gesamtnutzungsdauer</td> <td>Jahre</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Alterswertminderung</td> <td>%</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- (Ross)</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= Sachwert der Gebäude</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>- Baumängel / Bauschäden</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>+ Außenanlagen</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>+/- sonstige wertbeeinfl. Umstände</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= Wert der baulichen Anlagen</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>+ Bodenwert</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>= Sachwert des Grundstücks</td> <td>€</td> <td></td> </tr> <tr> <td>x Marktanpassung</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>= Verkehrswert</td> <td>€</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			Gebäudetyp			= Kostenkennwert NHK 2000	€/m ²		x Bruttogrundfläche (a+b)	m ²		x Baunebenkosten	%		x Regionalfaktor			x Ortsfaktor			+ Zuschlag für besondere Bautelle	€		x Baupreisindex 2000			Herstellungs Wert der baulichen Anlagen			=	€		Gebäudealter	Jahre		Gesamtnutzungsdauer	Jahre		Alterswertminderung	%		- (Ross)	€		= Sachwert der Gebäude	€		- Baumängel / Bauschäden	€		+ Außenanlagen	€		+/- sonstige wertbeeinfl. Umstände	€		= Wert der baulichen Anlagen	€		+ Bodenwert	€		= Sachwert des Grundstücks	€		x Marktanpassung			= Verkehrswert	€	
Gebäudetyp																																																																							
= Kostenkennwert NHK 2000	€/m ²																																																																						
x Bruttogrundfläche (a+b)	m ²																																																																						
x Baunebenkosten	%																																																																						
x Regionalfaktor																																																																							
x Ortsfaktor																																																																							
+ Zuschlag für besondere Bautelle	€																																																																						
x Baupreisindex 2000																																																																							
Herstellungs Wert der baulichen Anlagen																																																																							
=	€																																																																						
Gebäudealter	Jahre																																																																						
Gesamtnutzungsdauer	Jahre																																																																						
Alterswertminderung	%																																																																						
- (Ross)	€																																																																						
= Sachwert der Gebäude	€																																																																						
- Baumängel / Bauschäden	€																																																																						
+ Außenanlagen	€																																																																						
+/- sonstige wertbeeinfl. Umstände	€																																																																						
= Wert der baulichen Anlagen	€																																																																						
+ Bodenwert	€																																																																						
= Sachwert des Grundstücks	€																																																																						
x Marktanpassung																																																																							
= Verkehrswert	€																																																																						
Rechenblatt für die Änderung des Verkehrswertes																																																																							
Gutachter: _____																																																																							
<small>Es wird nun jeweils eine Einflussgröße gegenüber den zuvor betrachteten Größen verändert. Bitte geben Sie unter Berücksichtigung der Veränderung (wie würde sich dies am Markt auswirken) den Verkehrswert an. Auch hier ist Ihnen überlassen, ob Sie die Änderung rechnerisch ermitteln oder aus reinem Sachverständ ableiten. Bitte verfahren Sie so, als ob Sie real bewerten müssten!</small>																																																																							
<table border="1"> <tr> <td>Fall 1: Bruttogrundfläche wird mit 250 m² (ca. 90 m² Wohnfl.) angenommen</td> <td>Änderung des Verkehrswertes um</td> <td>rd. _____,- €</td> </tr> </table>			Fall 1: Bruttogrundfläche wird mit 250 m ² (ca. 90 m ² Wohnfl.) angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																		
Fall 1: Bruttogrundfläche wird mit 250 m ² (ca. 90 m ² Wohnfl.) angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																					
<table border="1"> <tr> <td>Fall 2: Ausstattung wird mit stark gehoben angenommen</td> <td>Änderung des Verkehrswertes um</td> <td>rd. _____,- €</td> </tr> </table>			Fall 2: Ausstattung wird mit stark gehoben angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																		
Fall 2: Ausstattung wird mit stark gehoben angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																					
<table border="1"> <tr> <td>Fall 3: Baujahr des Wohnhauses wird mit 1960 angenommen</td> <td>Änderung des Verkehrswertes um</td> <td>rd. _____,- €</td> </tr> </table>			Fall 3: Baujahr des Wohnhauses wird mit 1960 angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																		
Fall 3: Baujahr des Wohnhauses wird mit 1960 angenommen	Änderung des Verkehrswertes um	rd. _____,- €																																																																					

Abb. 3: Rechenblatt für die Sachverständigen (Tischvorlage).

5 Analyse und Interpretation

Die Stichprobe wurde nach allgemeinen Wertermittlungsregeln ausgewertet. Dazu wird üblicherweise in Niedersachsen die AKS verwendet. Diese dort implementierte Vorgehensweise gründet auf Ziegenbein (1977), weiterführend beschrieben u. a. in Ziegenbein (2010) bzw. Ziegenbein (1995). Dazu wurden die allgemeingültigen Voraussetzungen für Regressionsanalysen eingehalten (vgl. z.B. Urban und Mayerl 2006, Fahrmeir, Kneib und Lang 2009).

Im nächsten Abschnitt wird diese Stichprobe und auch das Expertenwissen vorbereitet. Es werden somit die Likelihood-Funktion und die Priori-Dichte aufgestellt. Mit diesen Ergebnissen erfolgt die Auswertung des Bayesischen Ansatzes im darauf folgenden Abschnitt. Die Ergebnisse werden abschließend aus der Sichtweise der Wertermittlung interpretiert.

5.1 Vorbereitung der Stichprobe und der a priori Informationen

In einem ersten Schritt werden die Daten um die ungewöhnlichen Kauffälle bereinigt. Das bedeutet, dass die Stichprobe nach den folgenden Regeln beschränkt wird: Wohnflächenpreise $< 2.100 \text{ €/m}^2$, Grundstücksfläche $< 1.400 \text{ m}^2$, Wohnfläche $< 240 \text{ m}^2$, Bodenrichtwert $< 260 \text{ €/m}^2$ und Alter < 44 Jahre. Die Restriktionen ergeben sich iterativ aus der Residuenanalyse. Unter Beachtung der Restriktionen sind alle Bedingungen erfüllt und die Residuen normalverteilt. Tab. 2 zeigt die deskriptive Statistik der ausreißerbefreiten Stichprobe.

Obwohl einige Variablen nicht »symmetrisch« verteilt sind, werden diese untransformiert verwendet. Hier unterscheidet sich die Vorgehensweise von den Empfehlungen von Ziegenbein (1995). Würden die Größen transformiert, so resultiert daraus die Notwendigkeit, die Priori-Dichten ebenfalls zu transformieren. An dieser Stelle fehlen den Bayesischen Methoden entsprechende Erfahrungen, sodass darauf verzichtet wird. Als Folge dessen werden mehr Kauffälle als Ausreißer eliminiert, als es im Fall von transformierten Größen notwendig wäre, um das Ziel normalverteilter Residuen zu erhalten. Die große

Stichprobe erlaubt jedoch eine solche Vorgehensweise, auch wenn einige extreme Kauffälle an den Rändern der Stichprobe verloren werden. Die multiple lineare Regression der AKS-Stichprobe (vgl. Gl. 1) führt zur folgenden Funktion (Gl. 3):

$$\begin{aligned} \text{Wohnflächenpreis} = & 1078,4 + 0,4 \cdot \text{Grundstücksfläche} \\ & - 3,6 \cdot \text{Wohnfläche} + 4,0 \cdot \text{BRW} \\ & - 10,0 \cdot \text{Alter} + 67,0 \cdot \text{Ausstattung}. \end{aligned} \quad (3)$$

Die Regressionskoeffizienten werden nach der Methode der kleinsten Quadrate geschätzt (vgl. Abschnitt 2.1, Gl. 3–6 in Alkhatib und Weitkamp 2012). Das Bestimmtheitsmaß liegt bei $B = 0,58$. Alle Regressionskoeffizienten unterscheiden sich signifikant von Null mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%. Im nächsten Abschnitt ist diese Regressionsfunktion (Gl. 3) identisch mit der Lösung für nicht-informative Priori-Dichten der Bayesischen Regression (vgl. Tab. 4).

Neben der Regressionsanalyse der Stichprobe aus der AKS wird eine weitere Regressionsanalyse für die a priori Informationen (als Ergebnis der Expertenbefragung, vgl. Abschnitt 4) durchgeführt. Die daraus gewonnenen Daten werden wie gewöhnliche Kauffälle behandelt und nach dem oben beschriebenen Ansatz behandelt. Tab. 3 gibt einen Überblick über die deskriptive Statistik der verwendeten Daten.

Die Regressionsanalyse (Gl. 1) dieser a priori Informationen führt zu der folgenden Regressionsfunktion:

$$\begin{aligned} \text{Wohnflächenpreis} = & 668,4 + 0,42 \cdot \text{Grundstücksfläche} \\ & - 2,17 \cdot \text{Wohnfläche} + 3,60 \cdot \text{BRW} \\ & - 7,23 \cdot \text{Alter} + 129,04 \cdot \text{Ausstattung}. \end{aligned} \quad (4)$$

Das Bestimmtheitsmaß liegt bei $B = 0,67$. Alle Regressionskoeffizienten unterscheiden sich signifikant von Null mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 5%. Die Ergebnisse der Regressionsanalyse (Gl. 4) bilden die Basis für die Priori-Dichte. Damit kann festgehalten werden, dass die a priori Informationen rein aus Expertengesprächen gewonnen werden.

Tab. 2: Deskriptive Statistik der ausreißerbefreiten AKS-Stichprobe

	KP/WF [€/m ²]	F [m ²]	BRW [€/m ²]	BJ [a]	WF [m ²]	A
Anzahl	1005	1005	1005	1005	1005	1000
Mittel	1185	610	96	1985	290	3
Median	1168	622	90	1985	276	3
Stdabw.	291	261	52	12	105	1
Min.	344	128	9	1960	60	1
Max.	2097	1388	255	2007	990	7

Tab. 3: Deskriptive Statistik der aus den Expertengesprächen gewonnenen Daten

	KP/WF [€/m ²]	F [m ²]	BRW [€/m ²]	BJ [a]	WF [m ²]	A
Anzahl	270	270	270	270	270	270
Mittel	1018	687	114	1971	153	2
Median	990	668	120	1967	137	2
Stdabw.	367	292	69	15	56	1
Min.	389	160	20	1946	80	1
Max.	2189	1105	320	2002	300	3

Wichtigstes Ergebnis der Priori-Dichte sind zunächst die Regressionskoeffizienten aus Gl. 4:

$$\underline{\beta}' = [668,4 \ 0,42 \ -2,17 \ 3,60 \ -7,23 \ 129,04].$$

Die unbekannte Varianz der Gewichtseinheit σ^2 wird aus den a priori Daten der Expertengespräche abgeleitet. Der Wert berechnet sich nach Gl. 26 aus Alkhatib und Weitkamp (2012) aus dem abgeleiteten Varianzfaktor der Expertendaten:

$$\underline{s}^2 = \frac{\hat{\varepsilon}_p' \hat{\varepsilon}_p}{n_p - k_p} \approx \frac{1}{1,9 \cdot 10^{-5}}. \quad (5)$$

Mit $\hat{\varepsilon}_p$ als geschätzte Residuen der a priori Regression, $n_p = 270$ als Anzahl der aus den Expertengesprächen generierten Datensätze und $k_p = 6$ als Anzahl der Regressionskoeffizienten inklusive der Konstanten.

Zusätzlich zu den a priori Regressionskoeffizienten und dem a priori Varianzfaktor wird die a priori Varianz-Kovarianz-Matrix der a priori Regressionskoeffizienten benötigt. In diesem Ansatz kann eine gute Schätzung der a priori Varianz-Kovarianz-Matrix aus der a priori Regression (Gl. 4) abgeleitet werden. Die abgeleitete Kofaktormatrix der Parameter aus der a priori Information berechnet sich nach

$$\underline{V} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \quad (6)$$

mit \underline{X} als Designmatrix der a priori Daten. Zur Vereinfachung und für die bessere Verständlichkeit der Ergebnisse werden im Folgenden nur die Varianzen verwendet und die sich ergebenden Kovarianzen vernachlässigt. Dieser Ansatz kann verfolgt werden, da die darauf untersuchten Parameter nicht stark korreliert sind (vgl. Kapitel 2 in Alkhatib und Weitkamp 2012). Daraus ergibt sich die a priori Kofaktormatrix der Parameter zu

$$\underline{V} = 10^{-3} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 132 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6,5 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,3 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,4 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,5 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 \end{bmatrix}.$$

Diese vervollständigt die Spezifikation der informativen natürlich konjugierten Priori-Dichte der Koeffizienten des Modells. Als Ergebnis dieses Arbeitsschrittes kann festgehalten werden: $\beta \sim N(\underline{\beta}, s^2 \underline{V})$.

Hierbei ist anzumerken, dass die Wahl der a priori Information eine komplexe Aufgabe darstellt und sehr sorgfältig erfolgen muss. Für den Fall, dass keine Möglichkeit besteht, das a priori Modell aufzustellen oder a priori Informationen zu gewinnen, sollte das nicht-informative Modell aus Abschnitt 3.3.1 (»Lösungsweg bei nicht-informativen Priori-Dichten«) aus Alkhatib und Weitkamp (2012) angewendet werden.

5.2 Auswertung und Interpretation des Bayesischen Ansatzes

Tab. 4 präsentiert die a priori und a posteriori Ergebnisse basierend auf informativen und nicht-informativen a priori Informationen. Für die Ermittlung der a posteriori Ergebnisse, die auf informativen a priori Informationen basieren (Integration von Vorwissen der Experten), wurden Gl. 41–43 aus Alkhatib und Weitkamp (2012) angewandt. Im Falle nicht-informativer a priori Informationen (es ist kein Vorwissen vorhanden) kommen Gl. 36–39 aus Alkhatib und Weitkamp (2012) zum Einsatz. Aus der Tabelle wird ersichtlich, dass die a posteriori Werte der Regressionskoeffizienten für beide Fälle sehr ähnlich sind. Die Werte der a priori Regressionskoeffizienten liegen zwischen den a posteriori Regressionskoeffizienten. Die Ergebnisse aus der Regressionsanalyse nach der Methode der kleinsten Quadrate und die aus nicht-informativen Informationen gewonnenen a posteriori Ergebnisse sind identisch. Nur der informative a priori Regressionskoeffizient $\bar{\beta}_4$ folgt dieser Regel nicht.

Tab. 4: A priori und a posteriori Schätzung der Regressionskoeffizienten

	Informativ Priori- Dichte	A posteriori auf Basis nicht- informati- ver Priori- Dichte	informa- tiver Priori- Dichte
(Konstante): $\bar{\beta}_1$	668,45	1078,37	965,77
Grundstücksfläche: $\bar{\beta}_2$	0,42	0,39	0,40
Wohnfläche: $\bar{\beta}_3$	-2,17	-3,56	-3,20
BRW: $\bar{\beta}_4$	3,60	3,95	3,96
Alter: $\bar{\beta}_5$	-7,23	-10,05	-9,81
Ausstattung: $\bar{\beta}_6$	129,04	66,96	82,04

Die a priori Schätzung für $1/\underline{s}^2 = 1,9 \cdot 10^{-5}$ und die a posteriori Schätzung basierend auf nicht-informativen Priori-Dichten entspricht $1/\bar{s}^2 = 2,86 \cdot 10^{-5}$. Die a posteriori Schätzung basierend auf informativen Priori-Dichten entspricht $1/\bar{s}^2 = 2,75 \cdot 10^{-5}$. Diese geringe Verbesserung war zu erwarten, da sie sich aus der Kombination des a priori Modells mit der Likelihood Funktion ergibt. In diesem Fall haben die Daten einen großen Einfluss auf die a posteriori Ergebnisse. Daraus begründet sich die große Ähnlichkeit beider a posteriori Ergebnisse.

Tab. 5 beinhaltet die Ergebnisse der Bayesischen Hypothesentests. Diese testen, ob sich ein Regressionskoeffizient signifikant von Null unterscheidet. Spalte $p(\beta_i > 0 | y)$ enthält die Sicherheitswahrscheinlichkeit aus der t -Verteilung für die signifikante Unterscheidung des jeweiligen Koeffizienten von Null. Mit dem Bayesischen Hypothesentest werden zwei Regressionsmodelle getestet: Im ersten Fall wird das Gesamtmodell getestet, im zweiten Fall wird jeweils ein Koeffizient vernachlässigt.

Die Spalte HPDI gibt für alle Regressionskoeffizienten aus $\bar{\beta}$ sowohl informative als auch nicht-informative a priori Informationen an. HPDI sind hierbei die Highest Posterior Density Intervals – die Bayesischen Konfidenzintervalle.

Die Ergebnisse stimmen mit denen aus Tab. 4 überein, die die a posteriori Mittel der Parameter (Regressionskoeffizienten) darstellen. Die Koeffizienten $\bar{\beta}_1$ bis $\bar{\beta}_6$ sind signifikant von Null verschieden. Die Sicherheitswahrscheinlichkeit $p(|\beta_i| > 0|y)$ überprüft diese Ergebnisse.

Wird Tab. 5 interpretiert, so zeigt sich, dass die Konfidenzintervalle der nicht-informativen Priori-Dichten größer sind als die der informativen Priori-Dichten. Mit informativen Priori-Dichten ist die Abweichung von der Regressionsfunktion somit geringer. Daraus lässt sich ableiten, dass das Expertenwissen die Ergebnisse verbessert. Der große Vorteil des Bayesischen Ansatzes ist die realistischere Abschätzung der Unsicherheiten der Regressionskoeffizienten, weniger die Verbesserung der Regressionsfunktion selbst.

Eine verbesserte Schätzung der Koeffizienten (vgl. Abb. 4) basierend auf informativen Priori-Dichten ist deutlich sichtbar durch die schmaleren Konfidenzintervalle (rote Linien). Die zusätzliche Information führt zu einer Verbesserung der Unsicherheit der Parameter. Das bedeutet, dass die Schätzung der Regressionskoeffizien-

Tab. 5: 95 % HPDI Intervalle für die Regressionskoeffizienten für informative und nicht-informative Posteriori-Dichten

	Für nicht-informative Priori-Dichten		Für informative Priori-Dichten	
	95 % HPDI	$p(\bar{\beta}_i > 0 y)$	95 % HPDI	$p(\bar{\beta}_i > 0 y)$
$\bar{\beta}_1$	[995.044 , 1161.698]	1	[900.531 , 1031.008]	1
$\bar{\beta}_2$	[0.333 , 0.445]	1	[0.356 , 0.453]	1
$\bar{\beta}_3$	[-3.9194 , -3.2087]	1	[-3.502 , -2.894]	1
$\bar{\beta}_4$	[3.703 , 4.199]	1	[3.748 , 4.168]	1
$\bar{\beta}_5$	[-11.053 , -9.049]	1	[-10.67 , -8.95]	1
$\bar{\beta}_6$	[45.195 , 88.732]	≈1	[67.286 , 96.792]	1

ten sicherer ist als beim Einsatz nicht-informativer Priori-Dichten (schwarze Linie). Die Verbesserung des Unsicherheitshaushaltes ist aus den geschätzten Konfidenzintervallen deutlich erkennbar. Diese Optimierung kann im Vergleich zu nicht-informativen Priori-Informationen mit 15 bis 30 % beziffert werden. Durch die Optimierung der Konfidenzintervalle verringert sich die Unsicherheit der Zielgröße damit ebenfalls.

Bei Betrachtung der Regressionskoeffizienten kann festgestellt werden, dass sich die Sachverständigen für die Parameter »Bodenrichtwert« und »Grundstücksfläche« sehr sicher in der Einschätzung des Einflusses der jeweiligen Größe auf den Verkehrswert sind. Für diese Parameter sind die geschätzten Mittelwerte und Konfidenzintervalle als Ergebnis der informativen und nicht-informativen a priori Informationen sehr ähnlich. Sowohl der Bodenrichtwert als auch die Grundstücksfläche sind die Lage bzw. Örtlichkeit beschreibende Parameter mit einem großen Einfluss auf den Verkehrswert. Daher sind

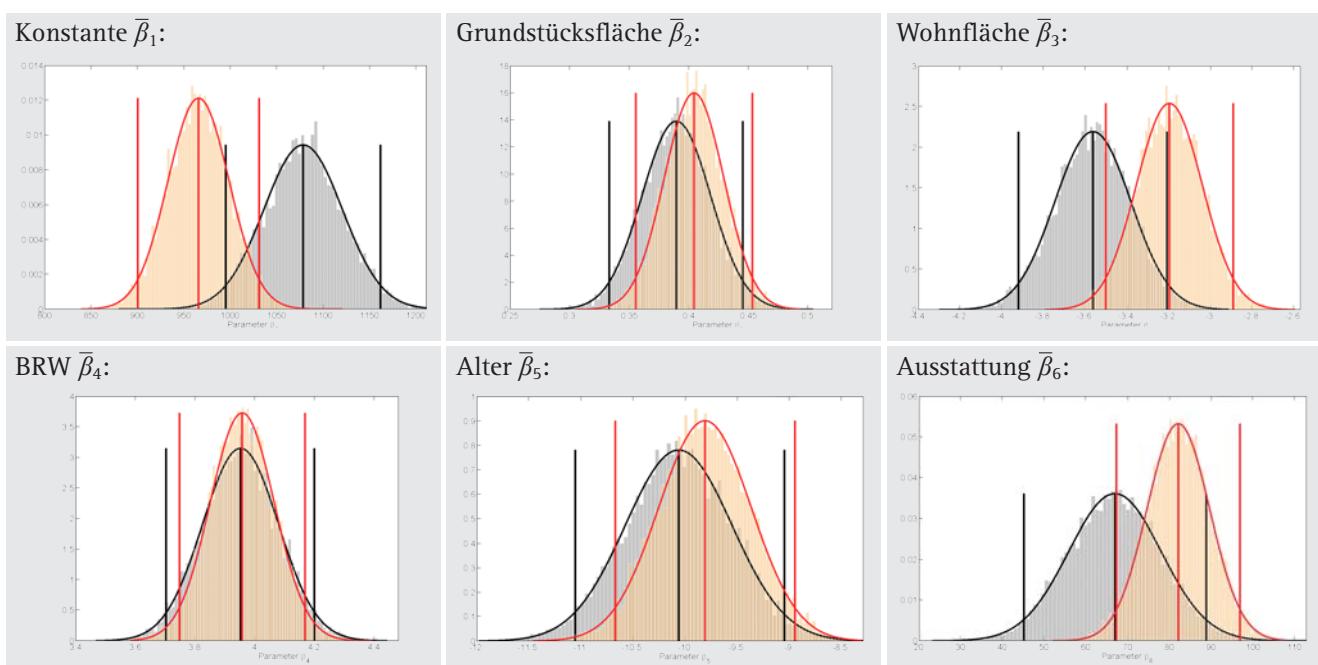


Abb. 4: Histogramme und Konfidenzintervalle der Regressionskoeffizienten für informative Priori-Dichten in rot und nicht-informative Priori-Dichten in schwarz. Die Histogramme ergeben sich aus den Mittelwerten die generierten Stichproben mit einer Gesamtzahl von 10.000 Durchläufen. Die Konfidenzintervalle wurden für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 5 % berechnet.

sie auch gleichzeitig sehr transparente Größen, die durch den Gutachterausschuss bzw. das Kataster erhoben und fortgeführt werden. Diese Parameter können als relativ sicher bezeichnet werden.

Im Gegensatz dazu ist beispielsweise die »Ausstattung«/der »Ausstattungsstandard« eine Klassifikation, die deutlich unsicherer ist. Hier werden viele Informationen zu Gebäudekonstruktion, -ausstattung, Ausbaustandard u.Ä. dazu verwendet, die Objekte in nur wenige Klassen (z.B. vier) einzuteilen. In der AKS wird die Ausstattung durch Sachbearbeiter aus den Verträgen abgeleitet oder den rückläufigen Fragebögen nach einem Kaufvertrag entnommen. Die dadurch entstehende Unsicherheit drückt sich in den Ergebnissen aus: Die Differenzen zwischen den geschätzten Mittelwerten der Regressionskoeffizienten und den Konfidenzintervallen erweist sich als sehr groß.

Die geschätzten Mittelwerte der Regressionskoeffizienten und die Konfidenzintervalle der informativen a priori Informationen sind für die Einflussgrößen $\bar{\beta}_2$ bis $\bar{\beta}_6$ nach rechts verschoben (vgl. Abb. 4). Nur die Konstante $\bar{\beta}_1$ ist nach links verschoben. Dieses Phänomen scheint einen systematischen Ursprung zu haben und soll in weiteren Arbeiten tiefer gehend untersucht werden.

Neben den präsentierten Ergebnissen wurde der Variationskoeffizient der geschätzten Zielgröße \hat{y} für die Ergebnisse der informativen und nicht-informativen a priori Informationen nach Gl. 15 aus Alkhatib und Weitkamp (2012) bestimmt. Die resultierenden Werte betragen für die informativen Priori-Dichten 0,18318 und 0,18641 für die nicht-informativen Priori-Dichten. Auch hier ist eine geringfügige Verbesserung erkennbar: Trotz dieser Verbesserung in der informativen Lösung liegt der Variationskoeffizient etwas über dem von Ziegenbein (2010) angegebenen Variationskoeffizienten von 0,1 bis 0,15 für die Teilmärkte der Ein- und Mehrfamilienhäuser. Eine mögliche Erklärung könnte die gesamtheitliche Betrachtung der eigentlich unterschiedlich zu betrachtenden Teilmärkte freistehender Ein- und Zweifamilienhäuser mit den Doppel- und Reihenhäusern sein. Ursache hierfür war eine zu geringe Anzahl von Gutachten mit nachfolgendem Kauffall für die Trennung in getrennte sachliche Teilmärkte. Eine größere Variation ist daher nicht überraschend.

Abschnitt 3.5 (»Numerische Monte-Carlo-Methode«) aus Alkhatib und Weitkamp (2012) beschreibt, wie Monte-Carlo-Verfahren dazu verwendet werden können, um die Posteriori-Dichte abzuleiten. Wie zuvor erwähnt, sind diese Techniken in den Fällen wichtig, in denen keine analytische Lösung des Bayesischen Modells möglich ist. In dieser Untersuchung der linearen (multiplen) Regression wäre dieses Verfahren nicht notwendig, soll aber dafür verwendet werden, um einen Vergleich beider Verfahren (numerisch und analytisch) zu ermöglichen. Die Monte-Carlo-Verfahren werden dazu genutzt, die a posteriori Schätzwerte der Regressionskoeffizienten und deren Standardabweichung zu berechnen.

Tab. 6: Vergleich der a posteriori Ergebnisse für die Regressionskoeffizienten sowie deren Standardabweichung für die analytische Lösung und numerische Monte-Carlo-Integration

	Analytisch		Numerisch	
	Mittel	Stdabw.	Mittel	Stdabw.
$\bar{\beta}_1$	965.77	33.245	965.76	33.054
$\bar{\beta}_2$	0.4045	0.0249	0.4050	0.0249
$\bar{\beta}_3$	-3.1976	0.1551	-3.1993	0.1544
$\bar{\beta}_4$	3.9578	0.1071	3.9582	0.1066
$\bar{\beta}_5$	-9.8101	0.4383	-9.8145	0.4339
$\bar{\beta}_6$	82.039	7.5181	82.045	7.4802

Tab. 6 zeigt eine Gegenüberstellung der Ergebnisse aus den zwei Verfahren für den Fall von informativen Priori-Dichten. In der Monte-Carlo-Simulation wurden 10.000 Stichproben generiert. Diese Anzahl wurde als Kompromiss zwischen notwendiger Genauigkeit und Rechenzeit bestimmt. In der Spalte »Analytisch« befinden sich die a posteriori Ergebnisse mit der informativen a priori Information (s. Tab. 4, letzte Spalte). Die Spalte »Numerisch« zeigt die Ergebnisse der numerischen Evaluation der Schätzwerte der Regressionskoeffizienten und deren Standardabweichung. Wie erwartet liegen die Ergebnisse nahe zusammen. Um eine bessere Schätzung der Parameter und deren Unsicherheit zu erhalten, muss die Anzahl der Wiederholungen erhöht werden. Insgesamt stellen die Monte-Carlo-Verfahren die generelle Lösung für andere Regressionen dar, z.B. für den Fall nicht-linearer funktionaler Zusammenhänge oder falls die Residuen nicht normalverteilt sind.

Es ist erkennbar, dass die Monte-Carlo-Methode für diesen Fall sehr gut funktioniert. Der Vergleich zwischen den Schätzwerten der Parameter und der Standardabweichung (analytische und numerische Lösung) für nicht-informative a priori Informationen führt zu ähnlich guten Charakteristika. Es fällt auf, dass die Standardabweichungen der numerischen Lösung geringfügig kleiner ausfallen als die der analytischen. Diese Tatsachen erfordern eine weitergehende Untersuchung der Monte-Carlo-Methoden und sind Bestandteil zukünftiger Arbeiten.

6 Evaluation

Für die Evaluation wurden zehn reale Gutachten verwendet, die nicht Teil der beschriebenen Berechnungen waren. Dafür wurden in einer Bayesischen Prädiktion die Wohnflächenpreise (Kaufpreis/Wohnfläche; KP/WF) durch die geschätzte Bayesische Regressionsfunktion für informative und nicht-informative a priori Informationen nach Tab. 4 berechnet. Die Ergebnisse können Tab. 7 entnommen werden. Die »echten« Verkehrswerte sind in der ersten Spalte verdeutlicht und beinhalten keine Baumängel/-schäden oder andere wertbeeinflussende

Faktoren. Diese wurden zur Vergleichbarkeit herausgerechnet – alternativ hätten diese auf die geschätzten Ergebnisse angerechnet werden können. In den Spalten zwei und vier sind die geschätzten Wohnflächenpreise basierend auf informativen und nicht-informativen a priori Informationen dargestellt. Die Differenzen zu den realen Werten sind jeweils in Spalte drei und fünf berechnet.

Als Ergebnis kann festgestellt werden, dass mit dem Bayesischen informativen Ansatz zumeist eine Verbesserung erreicht wird. Die Differenz zwischen dem erzielten Wohnflächenpreis und dem geschätzten Wohnflächenpreis im informativen Ansatz ist tendenziell geringer als die entsprechende Differenz zum nicht informativen Ansatz. Zudem ist festzuhalten, dass keine systematischen Effekte aufgrund der Lage oder der Art der Objekte festgestellt werden können. Allerdings standen nur eine geringe Anzahl an Fällen zur Verfügung, sodass hier weitere Untersuchungen notwendig sind.

Zusammenfassend führt der Bayesische Ansatz zu brauchbaren Ergebnissen. Dies ist durch die sehr aufwändige Vorbereitung des Experiments zu erklären. Es wurde dabei auf eine strenge Modellkonformität geachtet, die durch Rechenblätter und klare Anweisungen für die Experten erreicht werden konnte. Die Sachverständigen bewiesen gute Marktkenntnisse, was für ein hohes Niveau spricht.

7 Ausblick

In weiteren Untersuchungen sollen bestimmte Fälle der Stichprobe entnommen werden. Die Auswahl der Fälle erfolgt über Auswahlkriterien, wie z. B. Ränder der Stichprobe, Mitte der Stichprobe, örtliche Auswahl (einzelne Gemeinden), etc. Damit soll eine kaufpreisarme Lage simuliert werden. Hinter dieser Vorgehensweise steht die Idee, die Bewertungsergebnisse durch Vorwissen zu verbessern. In der Regel verzichten die Sachverständigen auf eine datengetriebene Untersuchung und ermitteln die jeweiligen Werte aus dem gutachterlichen Sachverständigen (unter Betrachtung der jeweiligen Kauffälle). Mit dem Bayesischen Ansatz ist es möglich, die wenigen Daten dennoch auszuwerten und zusätzlich Expertenwissen einfließen zu lassen. Nach Abschluss der simulierten Untersuchung soll eine weitere Analyse in einer realen kaufpreisarmen Lage durchgeführt werden.

Tab. 7: Vergleich der zur Evaluierung verwendeten realen Wohnflächenpreise (KP/WF) mit den aus nicht-informativen und informativen Dichten geschätzten Wohnflächenpreisen (KP/WF_{ni} bzw. KP/WF_i) einschließlich deren Differenzen ($\Delta_{ni} = KP/WF_{ni} - (KP/WF)$ bzw. $\Delta_i = KP/WF_i - (KP/WF)$).

KP/WF	KP/WF _{ni}	Δ_{ni} jeweils in €/m ²	KP/WF _i	Δ_i	
1.667	1.427	-239	1.421	-246	Verschlechterung
1.380	1.112	-268	1.089	-291	Verschlechterung
1.208	726	-482	702	-506	Verschlechterung
1.083	857	-226	824	-259	Verschlechterung
1.583	1.484	-98	1.492	-91	Verbesserung
1.363	1.101	-262	1.119	-243	Verbesserung
977	946	-31	955	-22	Verbesserung
730	840	110	822	93	Verbesserung
698	185	-513	234	-464	Verbesserung
660	558	-102	574	-86	Verbesserung

Daneben sollen in weiteren Arbeiten die Differenzen informativer und nicht-informativer a priori Informationen zwischen Schätzwert und Verkehrswert auf signifikante Unterschiede untersucht werden.

Danksagung

Es sei Dipl.-Ing. René Käker vom Landesamt für Geoinformation und Landentwicklung Niedersachsen und dem Gutachterausschuss für Grundstückswerte Osnabrück für die Unterstützung des Experiments gedankt. Ohne ihr Mitwirken wären die vorgestellten Resultate nicht erzielt worden.

Daneben gilt der Dank unseren Kollegen Dipl.-Ing. Sebastian Zaddach und Dipl.-Ing. René Gudat vom Geodätischen Institut der Leibniz Universität Hannover.

Literatur

- Alkhatib, H. und Weitkamp, A.: Bayesischer Ansatz zur Integration von Expertenwissen in die Immobilienbewertung, Teil 1. In diesem Heft, zfv 02 2012, S. 93–102.
- Engel, R.: Das Problem der Unschärfe in der Wertermittlung – Überlegungen zu marktgerechten Bewertungsansätzen in der Ertragswertberechnung. Grundstücksmarkt und Grundstückswert, 05 2008, S. 269–276.
- Fahrmeir, L., Kneib, T. und Lang, S.: Regression: Modelle, Methoden und Anwendungen. 2. Auflage. Heidelberg: Springer, 2009, Statistik und ihre Anwendungen.
- Gondring, H.: Immobilienwirtschaft – Handbuch für Studium und Praxis. München: Verlag Vahlen, 2004.
- IPD: IPD Market Information. 09 2011 (URL: www.ipd.com/Portals/1/market%20data/Market%20info%20factsheet/Market%20Data%20Factsheet_final%20for%20web.pdf).
- ISO/IEC 17024: Conformity assessment – General requirements for bodies operating certification of persons. Geneva, 2003.
- ISO/IEC Guide 98-3: Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Geneva, 2008a.
- ISO/IEC Guide 98-3: Uncertainty of measurement – Part 3: Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). Geneva, 2008b.

- Jester, S. und Roesch, G.: Der Verkehrswert als Näherungswert. Grundstücksmarkt und Grundstückswert, 03 2006, S. 157–161.
- Kleiber, W., Simon, J. und Weyers, G.: Verkehrswertermittlung von Grundstücken: Kommentar und Handbuch zur Ermittlung von Verkehrs-, Beleihungs-, Versicherungs- und Unternehmenswerten und Berücksichtigung der WertV und BauGB. 5. Auflage. Köln: Bundesanzeiger, 2007.
- Metzger, B.: Wertermittlung von Immobilien und Grundstücken. 3. Auflage. München: Haufe Verlag, 2008.
- Petersen, H.: Was können wir von der Verkehrswertermittlung in der Bundesrepublik an Ergebnissicherheit erwarten? Grundstücksmarkt und Grundstückswert, 04 2007, S. 203–208.
- Reuter, F.: Zur Ermittlung von Bodenwerten in kaufpreisarmen Lagen. Flächenmanagement und Bodenordnung, 03 2006, S. 97–107.
- RICS: Valuation and Sale Price Report European Summary 2010. Eigenverlag, 12 2010.
- Schmalgemeier, H.: Zertifizierung von Sachverständigen in der Immobilienbewertung – unerlässlich oder überflüssig? Grundstücksmarkt und Grundstückswert, 04 2007, S. 209 ff.
- Streich, J.-W.: Die ortsübliche Vergleichsmiete. Grundstücksmarkt und Grundstückswert, 01 2003, S. 1–7.
- TEGOVA, T. (Hrsg.): European Valuation Standards. 6. Auflage. Belgium: Gillis, 2009.
- Urban, D. und Mayerl, J.: Regressionsanalyse: Theorie, Technik und Anwendung. 2. Auflage. Wiesbaden: VS Verl. für Sozialwissenschaften, 2006, Studienskripte zur Soziologie.
- Ziegenbein, W.: Zur Anwendung multivariater Verfahren der mathematischen Statistik in der Grundstückswertermittlung. Dissertation, Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 77, 1977.
- Ziegenbein, W.: Programmgesteuerte Regressionsanalyse und Ver gleichswertermittlung im Programmsystem AKS. Nachrichten der Niedersächsischen Vermessungs- und Katasterverwaltungen, 04 1995, S. 243–248.
- Ziegenbein, W.: Immobilienwertermittlung. In Kummer, K. und Frankenberger, J. (Hrsg.): Das deutsche Vermessungs- und Geoinformationswesen. Wichmann-Verlag, 2010, S. 421–468.

Anschrift der Autoren

Dr.-Ing. Alexandra Weitkamp
Geodätisches Institut der Leibniz Universität Hannover
Flächen- und Immobilienmanagement
Nienburger Straße 1, 30167 Hannover
Tel. 0511 762-2406, Fax 0511 762-2468
weitkamp@gih.uni-hannover.de

Dr.-Ing. Hamza Alkhatib
Geodätisches Institut der Leibniz Universität Hannover
Auswertemethoden
Nienburger Straße 1, 30167 Hannover
Tel. 0511 762-2464, Fax 0511 762-2468
alkhatib@gih.uni-hannover.de