

Hybride Navigationssysteme für Navigation, Regelung und direkte Georeferenzierung

Manfred Bäumker

Zusammenfassung

Inertialsysteme werden seit mehr als 100 Jahren für die Navigation von Fahrzeugen eingesetzt. Wegen der unvermeidbaren Driften und Biase der inertialen Sensoren (Kreisel und Beschleunigungsmesser) werden diese Systeme durch zusätzliche Sensoren im Sinne der Koppelnavigation gestützt. Mit der Entwicklung der Laserkreisel, mit denen die höchste Genauigkeit erreicht wird, und leistungsfähigen Rechnern startete auch die Entwicklung der Strapdown-Systeme, die die bis dato eingesetzten Plattformsysteme nach und nach verdrängten. Ein weiterer Meilenstein auf dem Gebiet der Navigation war die Entwicklung der GNSS-Systeme, die sich hervorragend für die Kopplung mit INS-Systemen mittels der Kalmanfilter-Technik eignen. Mit diesen hybriden Navigationssystemen ist auch eine direkte Georeferenzierung von photogrammetrischen Bild- und Scannerdaten möglich. An der Hochschule Bochum wurden in den letzten Jahren verschiedene Systeme für Luftbildflüge und für den Einsatz in Landfahrzeugen entwickelt.

Die neuesten Entwicklungen auf dem Gebiet der mikroelektro-mechanischen Systeme (MEMS) haben in den letzten Jahren die Entwicklungen der inertialen Sensoren und der Stützsensoren beeinflusst. Zwar erreichen diese Sensoren nicht die hohen Genauigkeiten wie deren Vorgänger, sind aber kostengünstig und leicht.

Die Entwicklung dieser Sensoren in Verbindung mit leistungsfähigen Mikrocontrollern führte in jüngster Zeit zum rasant anwachsenden Einsatz von Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) für photogrammetrische Anwendungen. Vor allem die sog. Multikopter, die in der Lage sind, senkrecht zu steigen und über einem Punkt zu schweben, sind prädestiniert als Plattform für einen photogrammetrischen Sensor.

In dem Beitrag werden die verschiedenen inertialen Sensoren und Navigationssysteme und die Entwicklungen für die Navigation und Regelung sowie für photogrammetrische Anwendungen und die direkte Georeferenzierung, die ein spezielles Kalibrationsverfahren zur Bestimmung der gegenseitigen Lage und Orientierung der verschiedenen Sensoren erfordert, vorgestellt.

Summary

Inertial systems have been used for more than 100 years for the navigation of vehicles. Due to the unavoidable drift and biases of the inertial sensors (gyros and accelerometers), these systems have to be augmented by additional sensors in accordance with the dead reckoning. With the development of the laser gyro with which the highest accuracy can be achieved, and powerful computers also the development of the strapdown systems started which replaced more and more the former platform systems. Another milestone in the field of

navigation was the development of GNSS, which is ideal for coupling with INS systems using the Kalman filter technique. With these hybrid navigation systems, a direct georeferencing of photogrammetric image and scanner data is possible. At the University of Applied Sciences Bochum different systems for aerial flights and for use in land vehicles have been developed in recent years.

The latest developments in the field of micro-electro-mechanical systems (MEMS) have been affected in the past the development of inertial sensors and the augmentation sensors as well. Although these sensors do not reach the high accuracies of their predecessors, they are inexpensive and of light weight. The development of these sensors in conjunction with powerful microcontrollers led recently to the rapidly growing use of Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) for photogrammetric applications. Especially the so-called Multicopter, which are able to rise vertically and hover over a point are an ideal platform for photogrammetric sensors.

In this paper, the various sensors and inertial navigation systems and developments for navigation and control as well as for photogrammetric applications and direct georeferencing, which requires a special calibration method for determining the relative position and orientation of the various sensors, are presented.

Schlüsselwörter: Inertialnavigation, Dead Reckoning, MEMS, direkte Georeferenzierung, Photogrammetrie, Quaternionen

1 Einleitung

Die Inertialnavigation hat ihren Ursprung mit der Erfindung des Kreiselkompasses Anfang des 20. Jahrhunderts und wurde zunächst für die Schiffsnavigation eingesetzt (Jekeli 2000). Die Entwicklung immer besserer Inertialsensoren (Kreisel und Beschleunigungsmesser) führte ab 1960 dazu, dass die Inertialsysteme (INS) auch standardmäßig in Flugzeugen eingesetzt wurden. Bis dato waren die Inertialsysteme sog. Plattformsysteme, bei denen die inertialen Sensoren auf einer mittels drei bzw. vier Kardanrahmen kreiselstabilisierten Plattform montiert sind. Die Ausrichtung der Plattform erfolgt i.d.R. so, dass die Sensorachsen immer parallel zu einem nordorientierten und an die Lotrichtung ausgerichteten Koordinatensystem, dem sog. Navigationskoordinatensystem, orientiert sind.

Mit dem Aufkommen von immer leistungsfähigeren Rechnern, kleineren Sensoren und dem Ringlaserkreisel (RLG) begann Mitte der 60er Jahre das Zeitalter der

Strapdown-Systeme, bei denen die Sensoren auf einer fest mit dem Fahrzeug verbundenen Plattform montiert sind und die Funktion der Kardanrahmen durch eine im Rechner ablaufende Transformation der Messwerte der inertialen Sensoren vom sog. körperfesten Koordinatensystem in das Navigationskoordinatensystem ersetzt wird. Die Verdrehungen dieser beiden Koordinatensysteme zueinander werden durch die sog. Kurs- und Lage-

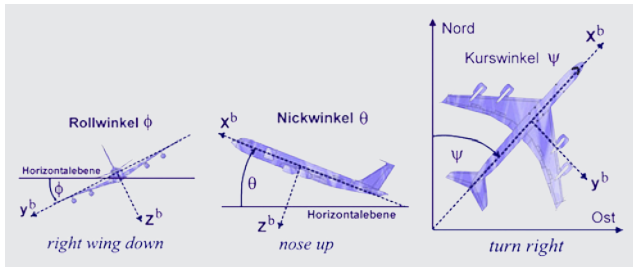


Abb. 1: Definition der Kurs- und Lagewinkel

winkel (Abb. 1), die auch der künstliche Horizont eines Flugzeuginstrumentes anzeigt, beschrieben.

Anfang der 90er Jahre begann die Entwicklung der faseroptischen Kreisel und der kostengünstigen mikro-elektro-mechanischen Sensoren (MEMS), die heute vielfach auch in Smartphones eingesetzt werden (Wild-Pfeiffer & Schäfer 2011). Diese in einem kleinen Chip untergebrachten Sensoren erreichen zwar nicht die für eine reine Inertialnavigation erforderliche hohe Genauigkeit, eignen sich aber hervorragend für Regelungs- und Stabilisierungsaufgaben und in Verbindung mit anderen Sensoren zum Einsatz in Dead Reckoning-Systemen, die auch für die direkte Georeferenzierung von photogrammetrischen Bild- und Scannerdaten genutzt werden können.

Nachfolgend werden die Leistungspotenziale dieser Sensoren und Systeme für die Navigation, Regelung und direkte Georeferenzierung aufgezeigt.

2 Dead Reckoning Systeme und ihre Sensoren

Unter dem englischen Begriff »Dead Reckoning-System« werden Trägheitsnavigationssysteme zur Koppelnavigation zusammengefasst. Hauptbestandteile dieser Systeme sind die inertialen Sensoren (drei Kreisel und drei Beschleunigungsmesser), die kontinuierlich die Drehbewegungen und Beschleunigungen des Fahrzeugs erfassen und aus den Messwerten die aktuelle Position und Orientierung des Fahrzeugs fortlaufend berechnen. Zur Initialisierung der Systeme und aufgrund der Fehler der inertialen Sensoren, wie z.B. die Kreisel drift und der Beschleunigungsmesserbias, müssen bzw. werden diese Inertialsysteme (INS) mit weiteren Stützsensoren zur Positions-, Höhen- und Geschwindigkeitsbestimmung (GNSS, Geschwindigkeitssensoren, Weggeber, Höhenmesser) sowie zur Kursbestimmung (Kompass, Magnetometer) unter Anwendung der Kalmanfilter-Technik gekoppelt. Die

Genauigkeit der inertialen Sensoren bestimmt primär die autonome Genauigkeit, wenn keine Stützung mit den anderen Sensoren möglich ist, wie z.B. bei Abschattung der Signale der GNSS-Satelliten. Die dann im sog. *free-inertial-mode* erreichbare Positionsgenauigkeit (σ_{Pos}) hängt im Wesentlichen von den Kreisel drift (ε_g) ab und lässt sich nach einer einfachen Faustformel grob wie folgt abschätzen (Bäumker 1995b):

$$\sigma_{Pos} [nmi / h] = 100 \varepsilon_g [^\circ / h]. \quad (1)$$

2.1 Kreisel

Die Driften der heute üblicherweise in hochgenauen INS eingesetzten Ringlaserkreisel betragen ca. $0,002^\circ/h$, womit zusammen mit entsprechend genauen Beschleunigungsmessern (Bias $< 10 \mu G$) Positionsgenauigkeiten von einer nautischen Meile (1 nmi = 1852 m) nach 5 h autonomer Navigation in der frei inertialen Betriebsart noch möglich sind. Dieses Beispiel zeigt aber bereits, dass mit einem INS hohe Positionsgenauigkeiten bis in den Zentimeterbereich nur über kurze Zeiträume ($< 5 \text{ min}$) oder durch die Kopplung mit zusätzlichen Sensoren erreichbar sind.

Die Entwicklung der Kreisel begann mit den mechanischen Kreiseln, bei denen eine Masse um eine Rotationsachse rotiert. Aufgrund des Drehimpulses ist die Rotationsachse bestrebt, die Richtung im Raum beizubehalten und so die Drehbewegungen des Fahrzeugs in Bezug zu einem inertialen Koordinatensystem zu erfassen. Bei den sog. Plattformsystemen (Abb. 2) sind die Kreisel und Beschleunigungsmesser auf einer kardanisch aufgehängten und durch die drei Kreisel stabilisierten Plattform montiert. Der Vorteil hierbei ist, dass die Kreisel keine hohen Drehraten erfassen müssen, da die Plattform raumfest bleibt.

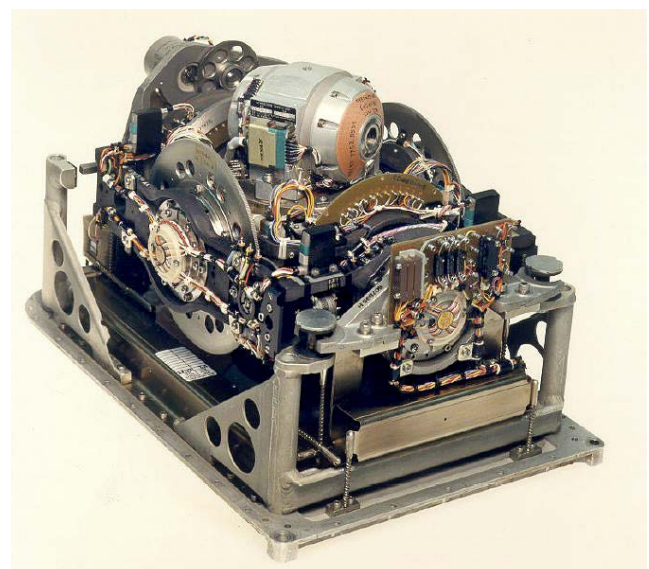


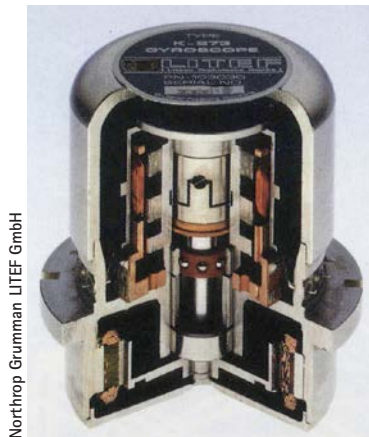
Abb. 2: Plattformsystem Litton LN3-2A

Northrop Grumman LITEF GmbH

Dieses ist bei den Strapdown-Systemen nicht mehr der Fall. Da die Kreisel fest mit dem Fahrzeug verbunden sind, müssen auch die Messbereiche der Kreisel auf die maximal mögliche Drehrate des Fahrzeugs ausgelegt sein. Bei den mechanischen Kreiseln, die in Strapdown-Systemen eingesetzt werden, handelt es sich i. d. R. um zweiachsige dynamisch abgestimmte Kreisel (Dynamically Tuned Gyro, DTG, Abb. 3), die die Drehbewegungen um zwei

der Ring ist entweder dreieckig oder viereckig mit einer Lichtweglänge von bis zu 40 cm ausgelegt. Die Lichtweglänge bestimmt die Genauigkeit dieser Kreisel, mit denen Kreiseldriften $<0,001^\circ/\text{h}$ erreicht werden.

Mitte der 90er Jahre begann die Entwicklung der mikro-elektro-mechanischen Kreisel (MEMS Kreisel). Diese Kreisel basieren auf einem schwingenden Piezoelement und nutzen den Corioliseffekt zur Messung der Drehbe-



◀ Abb. 3:
DTG-Kreisel

▶ Abb. 4:
FOG-Kreisel

▼ Abb. 5:
Ringlaserkreisel

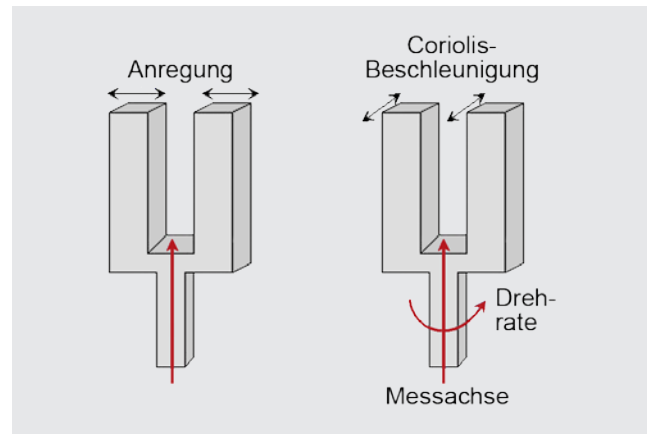
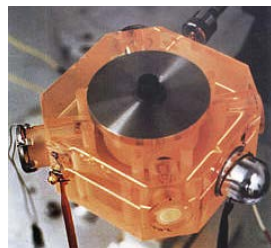


Abb. 6: Prinzip des Stimmgabelkreisels

wegungen aus. Je nach Bauform des schwingenden Elementes, das bei Einwirken einer Drehbewegung infolge der Corioliskraft verformt wird, werden diese Kreisel auch Weinglas- (Wine Glas Resonator Gyroscope) oder Stimmgabelkreisel (Tuning Fork Gyroscope, Abb. 6) genannt (Billep 1999). Eine weitere neue Generation von MEMS-Kreiseln basiert auf einer miniaturisierten rotierenden bzw. schwingenden Masse (Vibrating-Wheel Gyroscope; Nasari 2013). Diese Kreisel eignen sich allerdings aufgrund ihrer hohen Kreiseldriften ($10^\circ/\text{h} - 10.000^\circ/\text{h}$) nicht für die Inertialnavigation, sondern primär für Regelungs- und Stabilisierungsaufgaben sowie zur Koppelnavigation mit geringen Genauigkeitsansprüchen.

Von der Kreisel drift hängt auch die Genauigkeit der autonomen Selbstausrichtung und die Kursgenauigkeit eines Inertialsystems ab, da hierzu die horizontale breitenabhängige Komponente der Erddrehrate ($\Omega_E \cos\varphi$) genutzt wird. Eine Kursausrichtung ist nur mit Kreisel sinnvoll, deren Driften $\varepsilon_g < 0,1^\circ/\text{h}$ sind. Die Genauigkeit der autonomen Kursausrichtung σ_ψ lässt sich dabei wie folgt abschätzen:

$$\sigma_\psi = \varepsilon_g / (\Omega_E \cos\varphi). \quad (2)$$

Mit einem Inertialsystem mit Kreisel drift von $\varepsilon_g = 0,001^\circ/\text{h}$ lässt sich in einer mittleren geografischen Breite von $\varphi = 50^\circ$ ($\Omega_E \cos\varphi \sim 9,64^\circ/\text{h}$) eine autonome Kursausrichtung mit einer Genauigkeit von $\sigma_\psi = 0,006^\circ$ erzielen. Mit zunehmender Breite nimmt die Genauigkeit der Selbstausrichtung ab. An den Polen ist aufgrund der fehlenden Horizontalkomponente keine Selbstausrichtung möglich, sodass diese Methode – wie beim Vermessungskreisel – nur bis Breiten von maximal 80° eingesetzt wird.

Achsen erfassen können. Der Rotor des Kreisels wird bei Einwirken einer Drehbewegung elektromagnetisch mittels der zwei rechtwinklig zueinander angeordneten Spulen sofort in seine ursprüngliche Lage zurückgestellt. Der für die Rückstellung erforderliche Strom ist proportional zu der Drehrate des Fahrzeugs. Zur Erfassung sämtlicher Drehbewegungen eines Fahrzeugs genügen wegen der zwei Messachsen daher zwei DTG-Kreisel, wobei eine Messachse sogar redundant ausgelegt werden kann.

Diese Redundanz ist bei einem Strapdown-System mit faseroptischem Kreisel (FOG, Abb. 4) oder Ringlaserkreisel (RLG, Abb. 5), die keine rotierende Masse haben, nicht mehr gegeben. Für die vollständige Erfassung der Drehbewegungen eines Fahrzeugs sind daher drei Kreisel notwendig. Die Messung der Drehbewegungen beruht bei diesen optischen Kreiseln auf dem sog. Sagnac-Effekt. Zwei Laserstrahlen werden bidirektional durch einen geschlossenen Ring gesendet. Wenn sich der Ring dreht, tritt zwischen den beiden gegenläufigen Laserstrahlen eine Phasendifferenz auf, da die Lichtgeschwindigkeit konstant bleibt. Aus der Phasendifferenz der beiden Lichtwellen lässt sich die Winkelgeschwindigkeit ableiten. Die faseroptischen Kreisel bestehen aus einer Laserdiode und einer Spule mit einer darauf aufgewickelten Lichtleitfaser von bis zu 1.000 m Länge. Bei dem Laserkreisel dient ein miniaturisierter Helium-Neon-Laser als Lichtquelle und

2.2 Beschleunigungsmesser

Das Prinzip der Sensoren zur Beschleunigungsmessung basiert auf einer elastisch an einer Feder aufgehängten Prüfmasse (Pendelbeschleunigungsmesser). Bei Einwirken einer Beschleunigung wird aufgrund der Trägheitskraft die Masse aus der Ruhelage ausgelenkt, wobei nicht zwischen der kinematisch bedingten und der durch die Schwerebeschleunigung verursachten Auslenkung unterschieden werden kann. Unter Berücksichtigung der bekannten Schwerebeschleunigung und anschließender Transformation der kinematischen Beschleunigung in das Navigationskoordinatensystem können durch zweimalige Integration die Geschwindigkeit und der Weg bestimmt werden. Die MEMS-Fertigung ist wie bei den Kreiseln auch bei den Beschleunigungssensoren zu finden, wobei das Messprinzip jedoch identisch mit dem mechanischen Pendelbeschleunigungsmesser ist. Der große Unterschied liegt auch hier in der Genauigkeit dieser Sensoren. Während bei den klassischen Sensoren Genauigkeiten bis zu 1 μG (Bias) möglich sind, liegen die Biaswerte der MEMS-Sensoren typischerweise im Bereich von 1 mG – 100 mG (1 G \sim 9,81 m/s²). Haupteinsatzgebiete sind z.B. Anwendungen in der Fahrzeugindustrie (z.B. Auslösung der Airbags).

Die Beschleunigungsmesser dienen auch zur Initialisierung und Bestimmung der Neigungswinkel (Roll- und Nickwinkel ϕ, θ) des Fahrzeugs oder eines anderen Objektes (z.B. Bauwerk). Im Stillstand bzw. bei einem unbeschleunigten Fahrzeug (konstante Geschwindigkeit) messen die Sensoren ausschließlich die an die Lotrichtung ausgerichtete Schwerebeschleunigung. Die Genauigkeit der daraus abgeleiteten Neigungswinkel $\sigma_{\phi, \theta}$ hängt für den Fall eines unbeschleunigten Fahrzeugs im Wesentlichen vom Beschleunigungsmesserbias a_g ab und lässt sich wie folgt abschätzen:

$$\sigma_{\phi, \theta} = \arcsin(a_g/g), \quad (3)$$

mit der Schwerebeschleunigung $g \sim 9.81 \text{ m/s}^2$.

Mit Beschleunigungsmessern der höchsten Genauigkeitsklasse, die einen Bias $a_g < 10 \mu\text{G}$ aufweisen, lassen sich Winkelgenauigkeiten von besser 0,0006° erzielen.

2.3 Inertiale Messeinheit (IMU)

Als inertielle Messeinheit (Inertial Measurement Unit = IMU, Abb. 7) wird der Sensorblock, auf dem i. d. R. die drei Kreisel und die drei Beschleunigungssensoren montiert sind, bezeichnet. Der Rahmen des Sensorblocks definiert bei einem Strapdown-System das sog. körperfeste Koordinatensystem, auf das sich die Messwerte der inertialen Sensoren und die daraus berechneten Winkel (Kurs-, Roll- und Nickwinkel) beziehen.

Beim Einbau des Systems in ein Fahrzeug, in dem weitere Sensoren zur Stützung verwendet werden, sind

entsprechend die Messwerte dieser Sensoren in dieses System zu transformieren bzw. die sog. Misalignments (gegenseitige Ausrichtung der Messsensoren) und der räumliche Abstand (Hebelarm) im Rahmen einer geeigneten Kalibration zu bestimmen und zu berücksichtigen. Das betrifft auch die photogrammetrischen Mess- und Auswertesysteme, wenn die Winkel und Positionen der

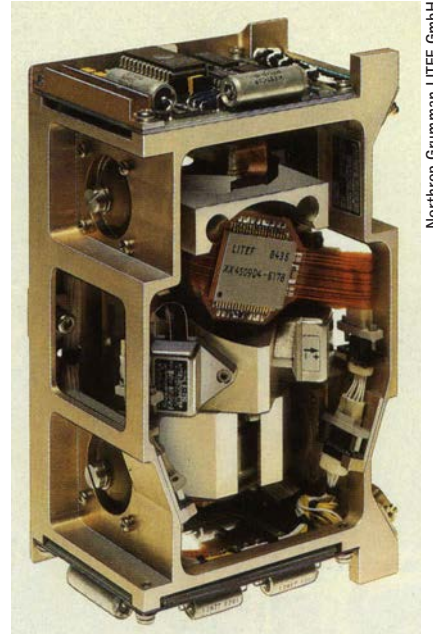


Abb. 7:
IMU eines Strapdown-Systems mit zwei DTGs und drei Pendelbeschleunigungsmessern

IMU für eine direkte Georeferenzierung der Bild- und Scannerdaten genutzt werden sollen. Hierbei sind die unterschiedlichen Definitionen der in der Photogrammetrie benutzten Koordinatensysteme und der Drehwinkel sowie deren Drehreihenfolge unbedingt zu beachten. Für diese Umrechnungen lassen sich besonders effektiv Quaternionen verwenden (Bäumker 2007).

2.4 Stützsensoren zur Koppelnavigation

Selbst die genauesten Inertialsysteme sind nur kurzfristig (<5 min) in der Lage, eine Positionsgenauigkeit von <1 cm zu realisieren. Aus diesem Grund werden zur Verbesserung der Positionsgenauigkeit entweder in kontinuierlichen Zeitabständen (z.B. nach 5 min) im Stillstand sog. *Zero Velocity Updates* (ZUPTs) sowie ggf. an Referenzpunkten *Position Updates* durchgeführt oder im Sinne der Koppelnavigation zusätzliche Sensoren verwendet. Bei den ersten Inertialsystemen, die in der Schifffahrt eingesetzt wurden, war dieses das Schiffslog und der Kompass. In der Luftfahrt werden neben dem Kompass zur Stützung auch Geschwindigkeitssensoren (True Airspeed, Dopplergeschwindigkeitsmesser) und Höhenmesser (Statischer Drucksensor, Radarhöhenmesser) sowie auch Libellen bzw. Neigungsmesser eingesetzt. Für die Landnavigation können der Tacho oder auch ein zusätzlich am Fahrzeug angebrachter Weggeber (Odometer) zur Geschwindigkeitsstützung eingesetzt werden. Seitdem die

Satellitennavigationssysteme GPS und GLONASS voll funktionstüchtig sind, sind die Positionen und Geschwindigkeiten des GNSS eine der wichtigsten Komponenten zur Stützung eines Inertialsystems geworden. Mit einem Mehrantennensystem lassen sich die hieraus abgeleiteten Winkel ebenfalls zur Stützung verwenden (Bäumker 1995a).

Die Messwerte dieser Stützsensoren werden mittels der Kalmanfilter-Technik als zusätzliche Beobachtungen zur kontinuierlichen Verbesserung der Positionen, Geschwindigkeiten und Winkel sowie zur Schätzung der Fehler der inertialen Sensoren (Drift, Bias, Skalenfaktorfehler) und anderer systematisch wirkender Einflüsse wie Wasserströmung, Wind, Skalenfaktorfehler des Tachos/Weggebers verwendet. Diese Fehler und die zu schätzenden Einflüsse bilden die sog. Zustände des Kalmanfilters.

Auch bei den Stützsensoren hat sich die MEMS-Technologie etabliert. Speziell für Anwendungen in Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) gibt es mittlerweile komplette All-in-One-Boards, auf denen auf einem nur 5 cm x 5 cm großen Board die inertialen Messsensoren, ein Barohöhensensor sowie ein Dreiaxismagnetometer zusammen mit einem leistungsfähigen Mikrocontroller untergebracht sind (Abb. 8). Über die zahlreichen Schnittstellen, über die dieses Board verfügt, lassen sich der Mikrocontroller einfach programmieren und weitere Sensoren, wie z.B. ein

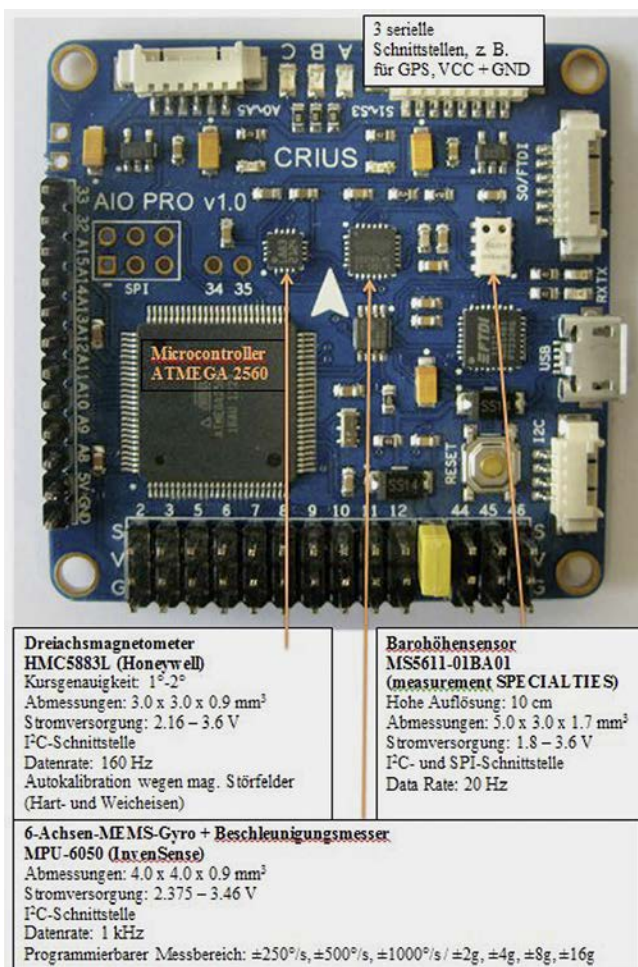


Abb. 8: All-in-One-Board

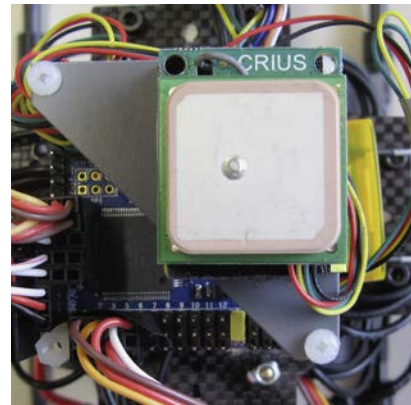


Abb. 9: Einfrequenz-GNSS-Empfänger u-blox NEO-6M (2,5 cm x 2,5 cm), montiert auf einem All-in-One-Board

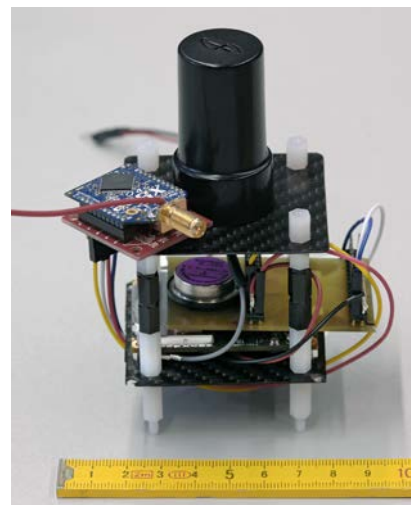


Abb. 10: Zweifrequenz-GNSS-Empfänger TOPCON B110 mit Zweifrequenzantenne MAXTENA M1227 HCT und XBEE-Funkmodul

Ein- oder Zweifrequenz-GNSS-Empfänger anschließen. Auch für Anwendungen in UAVs gibt es mittlerweile kleine und leichte GNSS-Ein- und Zweifrequenzempfänger und Zweifrequenzantennen (Abb. 9 und 10).

3 Hybride Navigationssysteme für Luft- und Landfahrzeuge

An der Hochschule Bochum laufen seit Anfang der 90er Jahre Entwicklungen zur Stabilisierung und Regelung von photogrammetrischen Sensoren sowie zur direkten Georeferenzierung von photogrammetrischen Bild- und Scannerdaten mittels eines hybriden Inertialsystems (Bäumker 1997). Das erste System LEO (Local Earth Observation) wurde speziell für die Luftbildphotogrammetrie mit Kleinflugzeugen und Kleinformatkameras konzipiert. Als Inertialsystem wurde ein modifiziertes Strapdown-System LCI-6X mit drei Faserkreisen und drei Pendelbeschleunigungsmessern verwendet. Das Strapdown-System wurde direkt auf der Kamera (Kodak DCS 460) in einem regelbaren Rahmen zur Stabilisierung und Ausrichtung der Kamera montiert (Abb. 11). Die Stützung erfolgte mittels eines differenziellen GPS-Systems (DGPS).

Sämtliche Rohdaten des INS und des DGPS wurden für ein nachträgliches Postprocessing zusammen mit den Auslösezeitpunkten der Kamera und dem PPS-Signal des

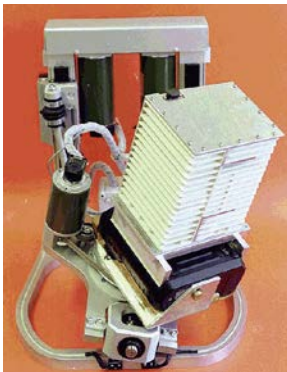


Abb. 11:
Modifiziertes Inertialsystem
LCI-6X auf einer Kodak
DCS 460

GPS-Empfängers gespeichert. Mittels der im Postprocessing berechneten Elemente der äußeren Orientierung erfolgte schließlich die direkte Georeferenzierung der Bilddaten. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Umrechnung der Winkel und Positionen des INS und des GPS unter Berücksichtigung der gegenseitigen Einbaulagen und Ausrichtungen der Sensoren sowie die jeweilige Definition der Winkel des photogrammetrischen Auswertesystems. Hierzu wurde ein spezielles Kalibrationsverfahren unter Verwendung von Quaternionen, mit denen sich sehr einfach und effektiv Drehungen und Transformationen durchführen lassen, entwickelt (Bäumker 2007).

2005 startete zusammen mit der Firma eagle eye technologies (Berlin) die Entwicklung eines weiteren hybriden Navigationssystems für den Einsatz in Landfahrzeugen (Bäumker & Ludwig 2007). Das Hauptanwendungsgebiet dieses Systems ist die Erfassung von Daten für eine Straßendatenbank aus einem fahrenden Messfahrzeug heraus. Das Inertialsystem LCI-6X wurde zusammen mit der GNSS-Zweifrequenzantenne auf dem Dach des Fahrzeugs montiert. Dort können auch paarweise bis zu acht Kameras sowie zusätzlich zwei Laserscanner montiert werden. Als weitere Stützsensoren wurden an den beiden Hinterrädern zur Genauigkeitssteigerung und vor allem zur Überbrückung der Zeiten mit einer unzureichenden Satellitenkonstellation zwei hochauflösende Weggeber (Auflösung $<0,1$ mm) montiert (Abb. 12).

Die Messwerte dieser Weggeber bilden zusammen mit den Geschwindigkeiten und den RTK-Positionen des GNSS die Beobachtungen des Kalmanfilters und werden auch zur wegabhängigen Auslösung der Kameras genutzt. Abb. 13 zeigt in einem Blockdiagramm den Datenfluss, die Kalmanfilterzustände und die Berechnungsabläufe dieses hybriden Navigationssystems. Sämtliche Rohdaten der Sensoren werden zusammen mit den Auslösezeiten der Kameras und dem PPS-Signal des GNSS-Sensors registriert um im Postprocessing die Daten des Navigationssystems mit den Bilddaten für eine direkte Georeferenzierung mit einer Genauigkeit von <1 ms zu synchronisie-



Abb. 12: Messfahrzeug zur Erfassung einer Straßendatenbank

ren. Das System ist seit mehr als drei Jahren im Einsatz und liefert aus den Stereobildern auch noch nach einer Wegstrecke von bis zu 1 km ohne GNSS-Stützung 3D-Positionen mit einer Genauigkeit von $<0,2$ m.

In den letzten Jahren werden aufgrund der rasanten Entwicklungen auf dem Gebiet der MEMS-Sensoren und Mikrocontroller zunehmend für photogrammetrische Anwendungen auch sog. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) eingesetzt (Bäumker et al. 2013). Auch die Hochschule Bochum setzt seit ca. drei Jahren zusammen mit der Firma aerometrics (Werne) Multikopter (Abb. 14) für photogrammetrische Bildflüge ein. Multikopter steht als Oberbegriff für i. d. R. mit drei bis acht Motoren mit Propellern ausgerüstete Fluggeräte. Je nach Anzahl der Motoren, die nicht auf acht beschränkt ist, spricht man auch von Tri-, Quadro-, Hexa- oder Octokopter.

Die Steuerung, Regelung, Stabilisierung und die Navigation erfolgt mittels der Messdaten der verschiedenen MEMS-Sensoren (Kreisel, Beschleunigungsmesser, Barohöhensensor, Magnetometer) und des GNSS. Vielfach

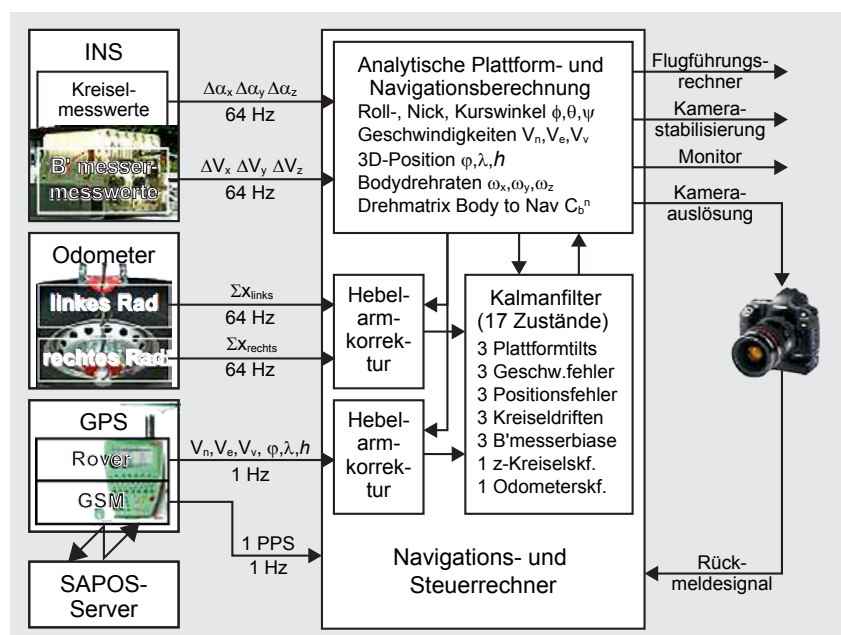


Abb. 13: Datenfluss, Kalmanfilterzustände und Berechnungsabläufe



Abb. 14: Hexacopter mit Kamera Ricoh GXR A12

sind die Sensoren zusammen mit einem leistungsfähigen Mikrocontroller bereits auf einem Board integriert. Mittels der im Mikrocontroller gespeicherten Wegpunkte sind die UAVs in der Lage, automatisch eine vordefinierte Flugroute abzufliegen und an den festgelegten Wegpunkten die Kamera auszulösen. Die Inertialdaten dienen auch zur Stabilisierung der Kamera um Wind- und andere äußere Störeinflüsse zu kompensieren. Die Genauigkeit der aus den Inertialdaten berechneten Lagewinkel beträgt ca. $0,1^\circ$, was für die Regelung des Multikopters aber nur bedingt für die direkte Georeferenzierung ausreicht. Besonders problematisch ist die Genauigkeit des Kurswinkels, da dieser primär aus den Daten des Dreiachsmagnetometers abgeleitet wird und eine spezielle Kalibrierung wegen der magnetischen Störfelder sowie die Berücksichtigung der Ortsmissweisung (Deklination) erfordert. Unter günstigen Bedingungen ist hier eine Genauigkeit von 1° erreichbar.

Zusätzlich besteht die Möglichkeit über den regelbaren Rahmen, der zur Stabilisierung der Kamera dient, die Kamera auf ein spezielles Objekt auszurichten (Abb. 15).



Abb. 15: Kamera Ricoh GXR A12 im regelbaren Rahmen

Zur Flugüberwachung werden sämtliche Daten und das Echtzeitbild der Kamera an eine Bodenstation gesendet und dort aufgezeichnet. Mit den aufgezeichneten Daten lassen sich nachträglich im Postprocessing verbesserte Positionen (z. B. unter Verwendung der GNSS-Daten einer Referenzstation) für eine direkte Georeferenzierung der Bilddaten berechnen. Mit dem neuen, kleinen und leichten GNSS-Empfänger B110 von TOPCON können die Rohdaten des Empfängers direkt auf einer SD-Karte gespeichert werden. Weiterhin verfügt dieser Empfänger über die Möglichkeit eine zweite Antenne anzuschließen um einen genauen Kurswinkel, der nicht den Störeinflüs-

sen eines Magnetometers unterliegt, zu berechnen. Da dieser Empfänger auch über einen Eingang für ein Event-signal verfügt, lassen sich die Kameradaten sehr einfach und genau mit den GNSS-Daten synchronisieren.

4 Direkte Georeferenzierung von Bild- und Scannerdaten

Ziel der direkten Georeferenzierung ist die Bestimmung der drei Koordinaten des Projektionszentrums und der drei Orientierungswinkel (φ, ω, κ) des Bildkoordinatensystems in Bezug zum Objektkoordinatensystem aus den Winkeln und Positionen des hybriden Navigationssystems. Von besonderer Bedeutung ist dabei auch die gegenseitige Ausrichtung und der räumliche Abstand (Hebelarm) der verschiedenen Sensoren (INS, GNSS, Kamera) zueinander sowie die Definition der Drehwinkel des jeweiligen photogrammetrischen Auswertesystems (Abb. 16). Sowohl die Drehreihenfolge als auch die Orientierung des Bild- und Objektkoordinatensystems stimmen i. d. R. nicht mit denen der in der Inertialnavigation verwendeten Winkel sowie des dort verwendeten körperfesten und Navigationskoordinatensystems überein.

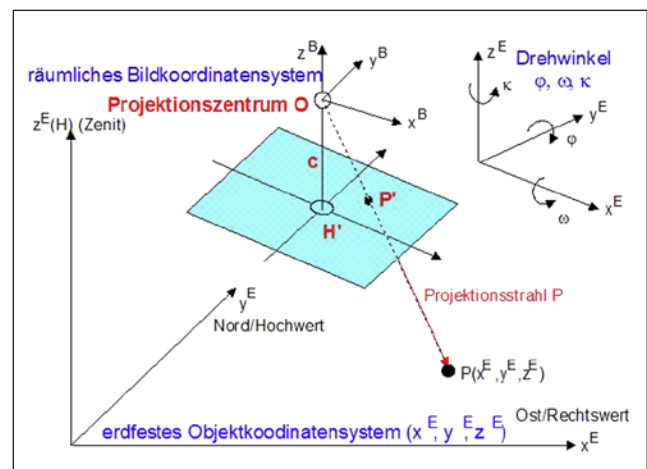


Abb. 16: Definition der in der Photogrammetrie verwendeten Drehwinkel und Koordinatensysteme

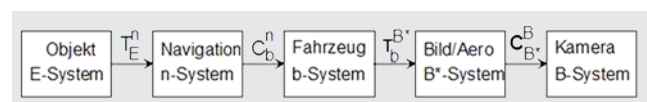


Abb. 17: Notwendige Transformationen zur direkten Georeferenzierung

Ein weiteres Problem ergibt sich, wenn die Achsen des körperfesten Koordinatensystems nicht parallel zu denen des Bildkoordinatensystems sind. Diese sog. Misalignments müssen dann im Rahmen einer speziellen Kalibrierung bestimmt werden. Abb. 17 zeigt die erforderlichen Einzelschritte zur Bestimmung der Transformationsmatrix zwischen dem Objektkoordinatensystem (E-System)

und dem Kamerasystem (B-System) aus den Winkeln des Inertialsystems, die die Beziehung zwischen dem Navigationssystem (n-System) und dem körperfesten Fahrzeugsystem (b-System) beschreiben.

Die unterschiedlichen Orientierungen der Koordinatenachsen lassen sich sehr einfach durch die in der Abb. 17 angeführten T-Transformationen berücksichtigen, da hier nur ein Austausch der Koordinatenachsen und/oder eine Vorzeichenänderung vorgenommen wird, wie das nachfolgende Beispiel zeigt:

$$T_n^E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad T_b^{B*} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Schwieriger gestaltet sich die Bestimmung der Misalignments, die in der letzten Transformation vom B*-System ins B-System enthalten sind. Dieses gilt insbesondere für beliebige Anordnungen, da in diesem Fall keine Drehmatrix mit differenziell kleinen Drehwinkeln mehr angewendet werden kann. Hierfür wurde ein spezielles Kalibrationsverfahren entwickelt. Anstelle der üblicherweise verwendeten drei Drehwinkel, die für bestimmte Anordnungen indifferent werden können, bzw. einer überbestimmten 3×3-Drehmatrix erfolgen hier die Transformationen unter Verwendung von Quaternionen. Die Quaternionen sind eine Verallgemeinerung der komplexen Zahlen und wurden 1843 von Sir William Rowan Hamilton (1805–1865) erdacht (van der Waerden 1976).

Mit Hilfe der Quaternionen lassen sich Drehungen im Raum sehr einfach beschreiben und werden daher häufig auch in der Computergrafik eingesetzt. Allgemein lässt sich eine Drehung im Raum durch einen dreidimensionalen Vektor (Raumrichtung, Rotationsachse) und einen Drehwinkel α darstellen. Aus diesen vier Parametern wird dann das für die Drehung benötigte Quaternion und dessen Konjugierte wie folgt gebildet:

$$q_{\vec{x},a} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(a/2) \\ \frac{x \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{y \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ \frac{z \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{bmatrix}$$

$$q_{\vec{x},a}^* = \begin{bmatrix} q_0 \\ -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(a/2) \\ -\frac{x \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ -\frac{y \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \\ -\frac{z \sin(a/2)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \end{bmatrix} \quad (5)$$

mit dem Vektor der Rotationsachse:

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Die Norm $N(q)$ dieses Drehquaternions ergibt sich zu 1:

$$N(q) = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1. \quad (7)$$

Für die eigentliche Rotation eines Vektors \vec{r}_A wird dieser zunächst in das Quaternion q_{rA} überführt, indem der Skalarteil zu null gesetzt wird und der Vektor den Vektorteil des Quaternions bildet. Entsprechendes gilt auch für den Vektor \vec{r}_B , der aus dem Quaternion q_{rB} nach der Quaternionenmultiplikation extrahiert werden kann und den gedrehten Vektor enthält.

$$q_{rA} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{r}_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{Ax} \\ r_{Ay} \\ r_{Az} \end{bmatrix} \quad q_{rB} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vec{r}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ r_{Bx} \\ r_{By} \\ r_{Bz} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Das transformierte Quaternion und der darin enthaltene gedrehte Vektor ergibt sich dann aus folgender Quaternionenmultiplikation:

$$q_{rB} = q_{\vec{x},a} \otimes q_{rA} \otimes q_{\vec{x},a}^*. \quad (9)$$

Die Quaternionenmultiplikation, die assoziativ aber nicht kommutativ ist, ergibt sich nach folgender Vorschrift:

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 q_0 - q_1 q_1 - q_2 q_2 - q_3 q_3 \\ q_0 q_1 + q_1 q_0 + q_2 q_3 - q_3 q_2 \\ q_0 q_2 - q_1 q_3 + q_2 q_0 + q_3 q_1 \\ q_0 q_3 + q_1 q_2 - q_2 q_1 + q_3 q_0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Wie unschwer zu erkennen ist, lassen sich mehrere Drehungen einfach zu einer zusammenfassen:

$$q_{rC} = q_{\vec{x}_3,a_3} \otimes q_{\vec{x}_1,a_1} \otimes q_{\vec{x}_2,a_2} \otimes q_{\vec{x}_1,a_1} \otimes q_{rA} \otimes q_{\vec{x}_1,a_1}^* \otimes q_{\vec{x}_2,a_2}^* \otimes q_{\vec{x}_3,a_3}^* \\ = q_{\vec{x},a} \otimes q_{rA} \otimes q_{\vec{x},a}^*. \quad (11)$$

Aus dem Drehquaternion lässt sich auch die 3×3-Drehmatrix, die schließlich für die direkte Georeferenzierung benötigt wird, wie folgt berechnen:

$$C = f(q_0, q_1, q_2, q_3) \\ = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Umgekehrt lässt sich aus einer allgemeinen 3×3-Drehmatrix auch das Drehquaternion erzeugen:

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2\sqrt{1+C_{11}+C_{22}+C_{33}} \\ \frac{C_{32}-C_{23}}{4q_0} \\ \frac{C_{13}-C_{31}}{4q_0} \\ \frac{C_{21}-C_{12}}{4q_0} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Weiterhin werden für die direkte Georeferenzierung die 3D-Koordinaten der Projektionszentren benötigt. Das Navigationssystem liefert primär die 3D-Koordinaten bezogen auf den Referenzpunkt des Navigationssystems. Dieses können z.B. geozentrische (X,Y,Z), ellipsoidische (Breite, Länge, Höhe) oder auch Koordinaten einer Abbildung, wie z.B. UTM, sein. Für die Übertragung der Koordinaten des INS auf die Projektionszentren werden die Hebelarme im körperfesten Koordinatensystem des Fahrzeugs/INS benötigt (Abb. 18).

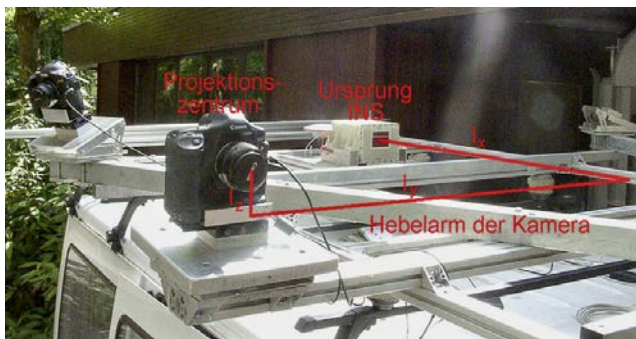


Abb. 18: Hebelarm der Kamera

Da das Projektionszentrum der Kamera i.d.R. nicht zugänglich ist, empfiehlt es sich, diese im Rahmen der Kalibration der Misalignments mitzubestimmen. Eine praktikable Lösung ist z.B. mit dem System ein Testfeld mit Passpunkten aufzunehmen und mit diesen Passpunkten die äußere Orientierung durchzuführen. Das Ergebnis sind die sechs Elemente (3 Drehwinkel, 3 Koordinaten) der äußeren Orientierung für das verwendete photogrammetrische Auswertesystem. Aus den 3D-Koordinaten der Projektionszentren und denen des Inertialsystems werden nun die Koordinatendifferenzen für die Komponenten Nord, Ost und Höhe berechnet und mit Hilfe der Drehmatrix, die aus den Kurs- und Lagewinkel des INS berechnet wird, in das körperfeste Koordinatensystem transformiert. Die so berechneten Hebelarme (l_x, l_y, l_z) lassen sich anschließend unter Berücksichtigung der Kurs- und Lage-

winkel zur Berechnung der für die direkte Georeferenzierung benötigten Korrekturen ($\Delta N, \Delta E, \Delta h$) verwenden.

$$\begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} = C_n^b(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} N_{cam} - N_{INS} \\ E_{cam} - E_{INS} \\ h_{cam} - h_{INS} \end{bmatrix} = C_n^b(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta h \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta h \end{bmatrix} = C_b^n(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} N \\ E \\ h \end{bmatrix}_{cam} = \begin{bmatrix} N \\ E \\ h \end{bmatrix}_{INS} + \begin{bmatrix} \Delta N \\ \Delta E \\ \Delta h \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Die Kalibration der Misalignments kann mit demselben Datenmaterial erfolgen, wozu nur die drei Winkel der äußeren Orientierung und die des INS eingehen. Für hohe Genauigkeitsansprüche empfiehlt es sich, die Kalibration der Hebelarme und der Misalignments vor jedem Einsatz durchzuführen bzw. in angemessenen Zeitabständen zu wiederholen.

5 Zusammenfassung

Die Positions- und Winkelgenauigkeit von Inertialsystemen hängt entscheidend von der Qualität der inertialen Messsensoren (Kreisel und Beschleunigungsmesser) ab. Die höchste Genauigkeit wird mit Laserkreiseln und hochwertigen Pendelbeschleunigungsmessern erzielt. Mit Laserkreiseln, deren Kreisel drift $<0,001^\circ/\text{h}$ ist und mit Beschleunigungsmessern mit einem Bias $<10 \mu\text{G}$ sind heute in der ungestützten, frei inertialen Betriebsart auch noch nach 5 h Positionsgenauigkeiten von besser 1 nmi erreichbar. Diese Systeme können auch eine autonome Selbstausrichtung mit einer Kursgenauigkeit von $0,006^\circ$ und Lagewinkelgenauigkeit von $0,0006^\circ$ durchführen. Während die Genauigkeit der Winkel für eine direkte Georeferenzierung von photogrammetrischen Bild- und Scannerdaten völlig ausreichend ist, sind die Positionsdaten eines INS nur für wenige Minuten ohne einen *Position Update* und *Zero Velocity Update* (ZUPT) für die direkte Georeferenzierung geeignet.

Aus diesem Grunde werden diese Inertialsysteme kontinuierlich mit den Daten von weiteren Sensoren unter Anwendung der Kalmanfilter-Technik gestützt, wobei das GNSS mittlerweile den höchsten Stellenwert einnimmt. Bei Einsatz von RTK-Zweifrequenzempfängern sind so bei einer guten Satellitenkonstellation Positionsgenauigkeiten von $<2 \text{ cm}$ möglich. In Gebieten mit einem schlechten Satellitenempfang bietet sich für Landfahrzeuge die Kopplung mit einem Weggeber (Odometer) an. Für eine direkte Georeferenzierung reichen dann oft auch kostengünstigere Inertialsysteme mit Faseroptischen Kreiseln (FOG) und Beschleunigungsmessern mit einem Bias $<1 \text{ mG}$ aus. Auf diesen Komponenten basiert auch das System der Firma eagle eye technologies zur Erfassung einer Straßendatenbank. Durch die an den beiden

Rädern angebrachten Weggeber gewährleistet das System ohne GNSS-Daten auch noch nach einem zurückgelegten Weg von 1 km eine Positionsgenauigkeit von $<0,2$ m.

Die Winkel des INS und deren Drehraten können weiterhin zur Regelung, Stabilisierung und Ausrichtung der photogrammetrischen Sensoren verwendet werden. Derartige Aufgaben sind aber auch mit den seit ca. 15 Jahren in der Entwicklung befindlichen MEMS-Sensoren möglich. Die neuesten Entwicklungen vereinen heute auf einem nur $5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ kleinen Board sowohl die inertialen Sensoren (Kreisel, Beschleunigungsmesser) als auch wichtige Stützsensoren (Barohöhensensor, Dreiachsmagnetometer) sowie einen leistungsfähigen Mikrocontroller. Diese Entwicklung hat auch zu der rasanten Entwicklung von Unmanned Aerial Vehicles (UAVs) und deren Einsatz für photogrammetrische Anwendungen geführt. In Verbindung mit kleinen und leichten Zweifrequenz-GNSS-Empfängern, wie z.B. der GNSS-Empfänger B110 von TOPCON, ist auch mit den UAVs zumindest mit den Positionsdaten eine direkte Georeferenzierung durchführbar. Aufgrund der hohen Driften und Biase der inertialen Sensoren liegt die Lagewinkelgenauigkeit bei ca. $0,1^\circ$. Die Kursgenauigkeit, die primär aus den Daten des Magnetsensors abgeleitet wird, erfordert eine spezielle Kalibration und Berücksichtigung der Ortsmissweisung und beträgt ca. 1° . Inwieweit diese Genauigkeiten für eine direkte Georeferenzierung ausreichen, sollen die weiteren Untersuchungen mit den von der Hochschule Bochum und der Firm aerometrics entwickelten Mikrooptern zeigen.

Für die direkte Georeferenzierung sind neben der Qualität der INS-Winkel und -Positionen auch die Synchronisation dieser Daten mit den Bild- und Scannerdaten sowie die gegenseitige Orientierung und Einbaulage (Hebelarme) von entscheidender Bedeutung, wobei auch die unterschiedliche Definition der Winkel in den photogrammetrischen Auswertesystemen zu berücksichtigen ist. Für diese Zwecke wurde an der Hochschule Bochum ein spezielles Kalibrations- und Rechenverfahren für beliebige Orientierungen der Sensoren zueinander entwickelt. Anstelle der üblicherweise verwendeten Drehwinkel bzw. Drehmatrizen basieren die Rechenverfahren auf Quaternionen, mit denen sich besonders effektiv und vor allem eindeutig Drehungen durchführen lassen.

Literatur

- Bäumker, M.: DGPS-gestütztes Fahrzeugnavigationssystem mit faser-optischem Kreisel. *Journal for Satellite-Based Positioning, Navigation and Communication*, Vol. 4/95, S. 120–128, Dezember 1995a.
- Bäumker, M.: Basiswissen Inertial- und Sensortechnik. *Journal for Satellite-Based Positioning, Navigation and Communication*, Vol. 4/95, S. 147–152, Dezember 1995b.
- Bäumker, M., Brechtken, R., Heimes, F.-J., Richter, T.: High Precision Stabilized Sensor-Platform Based on INS/(D)GPS. *Third International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition*. 7.–10. July 1997, Copenhagen, Denmark, 1997.
- Bäumker, M.: Kalibration und Umrechnung von INS- und photogrammetrischen Winkeln für beliebige gegenseitige Anordnungen. 14. Internationale Geodätische Woche 2007, Obergurgl/Ötztal, 11.2.–16.2.2007, S. 131–145 Herbert Wichmann Verlag Heidelberg, ISBN 978-3-87907-446-4, 2007.
- Bäumker, M., Ludwig, J.: »eagle eye technologies« – ein kinematisches terrestrisches photogrammetrisches Stereoaufnahmesystem mit direkter Georeferenzierung mittels INS, GPS und Odometer. 14. Internationale Geodätische Woche 2007, Obergurgl/Ötztal, 11.2.–16.2.2007, S. 1–10, Herbert Wichmann Verlag Heidelberg, ISBN 978-3-87907-446-4, 2007.
- Bäumker, M., Przybilla, H.-J., Zurhorst, A.: Mikrooptern – Einsatz von UAVs in der Photogrammetrie. 17. Internationale Geodätische Woche 2013, Obergurgl/Ötztal, 17.2.–23.2.2013, S. 28–39, Herbert Wichmann Verlag Heidelberg, ISBN 978-3-87907-526-3, 2013.
- Billep, D.: Modellierung und Simulation eines mechanischen Drehratensensors. Dissertation TU Chemnitz, 1999.
- Jekeli, C.: *Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications*. Walter de Gruyter GmbH & Co. KG, Berlin, 2000.
- van der Waerden, B.L.: Hamilton's discovery of quaternions. *Math. Mag.* 49 (5) (1976), S. 227–234, 1976.
- Wild-Pfeiffer, F., Schäfer, B.: MEMS-Sensoren, auch für die Geodäsie. *ZfV* Heft 1/2011, S. 30–39, Wißner-Verlag, Augsburg, 2011.
- Nasari, S.: A Critical Review of MEMS Gyroscopes Technology and Commercialization Status. <http://invensense.com/mems/gyro/documents/whitepapers/MEMSGyroComp.pdf>, letzter Zugriff 04/2013.

Anschrift des Autors

Prof. Dr.-Ing. Manfred Bäumker
Hochschule Bochum
Lennershofstraße 140, 44801 Bochum
manfred.baeumker@hs-bochum.de