Lunar Laser Ranging: Das Erde-Mond-System und Tests der Einstein'schen Gravitationstheorie

Franz Hofmann, Jürgen Müller und Liliane Biskupek

Zusammenfassung
Das Erde-Mond-System stellt ein natürliches Labor dar, das mit Hilfe von Laserentfernungsmessungen (englisch: Lunar Laser Ranging – LLR) sehr genau vermessen werden kann. Die Analyse der LLR-Daten erlaubt einen einzigartigen Einblick in die Dynamik des Systems und bietet gleichzeitig die Möglichkeit, Aspekte der Einstein'schen Gravitationstheorie zu untersuchen. Dieser Beitrag beschreibt die Messtechnik und Analyse der LLR-Messungen und gibt einen Überblick über die mit LLR bestimmbaren Parameter. Ein besonderes Augenmerk liegt auf der Schätzung von langperiodischen Nutationskoeffizienten der Erde und Tests von Einsteins Gravitationstheorie.

Summary
The Earth-Moon system represents a natural laboratory which can be observed with very high accuracy by Lunar Laser Ranging – LLR. The analysis of LLR data enables a unique view into the system's dynamic and allows testing predictions of Einstein's theory of gravity. This article describes the technique and analysis of LLR data and gives an overview of the estimated parameters from LLR with special focus on long-periodic nutation coefficients of the Earth and tests of Einstein's theory of gravity.

Schlüsselwörter: Relativität, Lunar Laser Ranging, Gravitationstheorie, geodätische Raumverfahren, Nutation

1 Einleitung

Der Mond ist das hellste Objekt am Nachthimmel und der einzige natürliche Satellit der Erde. Der Abstand zur Erde beträgt im zeitlichen Mittel etwa 385.000 km und variiert während des Umlaufs auf einer elliptischen Bahn zwischen rund 363.000 km in Erdnähe (Perigäum) und 405.000 km in Erdferne (Apogäum). Die Mondbahn unterliegt weiterhin vielfältigen gravitativen Störeinflüssen durch die Körper des Sonnensystems, hauptsächlich Sonne und Erde, die eine Abweichung von der ungestörten Keplerbahn in der Größenordnung von einigen Tausend Kilometern erzeugen (Nordtvedt 2003). Die Rotation des Mondes erfolgt mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit und der gleichen Rotationsrichtung wie der Bahnumlauf um die Erde. Durch diese gebundene Rotation zeigt stets die gleiche Seite des Mondes zur Erde. Aufgrund der elliptischen Bahn des Mondes, Neigung der Mondbahn von rund 5 Grad gegen die Ekliptik und Position des Beobachters auf der Erde entsteht eine scheinbare Taumelbewegung des Mondes am Himmel (optische Libration) und es können im Lauf der Zeit bis zu 59 % der Mondoberfläche von der Erde aus beobachtet werden. Der Einfluss von äußeren und inneren Drehmomenten, aufgrund gravitativer Kräfte der Körper im Sonnensystem und des inneren Mondaufbaus, verursacht eine reale Taumelbewegung (physische Libration) in der Größenordnung weniger Bogenminuten (Rambaux 2011).

Bereits ohne optische Hilfsmittel können die größten Strukturen auf der Mondoberfläche (lavagefüllte, dunkle Mare und die helleren, von Einschlagskratern geprägten Hochländer) von der Erde aus beobachtet werden. Seit Jahrtausenden wird die Bewegung des Mondes studiert und z. B. zur Festlegung von Kalendern genutzt. Auch der Sonnen- und Mondfinsternissen zugrundeliegende Saroszyklus[1] wurde schon zu Zeiten der Babylonier vor etwa 2.500 Jahren durch Beobachtung des Mondes entdeckt (Aaboe et al. 1991). Eine genaue Beschreibung der Mondbewegung beschäftigte die Wissenschaftler in den folgenden Jahrhunderten bis in die heutige Zeit hinein. Ptolemäus nutzte ein mathematisches Modell aus Epizykeln (System aus sich überlagernden Kreisen für die Bahn der Planeten und des Monds) und Evektion (eine der Bahnstörungen durch die Sonne) um die komplexe Bewegung des Mondes zu beschreiben. Die erste physikalische Theorie wurde von Isaac Newton mit Hilfe des von ihm entdeckten Gravitationsgesetzes aufgestellt (Newton 1687). Damit wurde die Basis für eine genauere Beschreibung der Mondbewegung aufgrund der auf ihn einwirkenden Kräfte von Erde, Sonne und Planeten gelegt (Gutzwiller 1998). Die Betrachtung von Raum und Zeit, und damit auch die Beschreibung der Bewegung der Körper im Sonnensystem und darüber hinaus, wurde durch die 1915 veröffentlichte Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein (Einstein 1915) revolutioniert. Ohne die Relativitätstheorie könnten die aktuellen geodätischen Weltraumverfahren wie Globale Satellitennavigationssysteme (GNSS), Interferometrie auf langen Basislinien (VLBI) und Lasermessungen zu Satelliten (SLR) bzw. Mond (LLR) nicht oder zumindest nicht mit einer hohen Genauigkeit genutzt werden (Müller et al. 2008).

Das älteste geodätische Weltraumverfahren stellen die Laserentfernungsmessungen zum Mond dar, bei denen der Abstand zwischen dem Referenzpunkt einer Bodenstation und einem Reflektor auf dem Mond über die Laufzeit von Laserpulsen gemessen wird. Im Jahr 1969 begann damit ein neues Zeitalter bei der Erforschung der Erde-Mond-Dynamik und für hochgenaue Tests von

1 Periode von 18 Jahren, in der eine besondere Abfolge von Sonnen- und Mondfinsternissen stattfindet.

DOI 10.12902/zfv-0087-2015

Einsteins Relativitätstheorie. Die Astronauten der Apollo 11 Mission stellten den ersten Laser-Retroreflektor auf der Mondoberfläche im südliche Mare Tranquillitatis auf. Bis 1973 wurden vier weitere Reflektoren zum Mond gebracht. Zwei Reflektoren stellten die Astronauten der Apollo 14 und Apollo 15 Missionen auf und zwei weitere Reflektoren befinden sich an den sowjetischen Lunochod 1 und 2 Rovern, die bei den Missionen Luna 17 und Luna 21 zum Mond gebracht wurden. Die Position der Reflektoren ist in Abb. 1 dargestellt. Die Reflektoren der Apollo-Missionen bestehen aus einem Verbund von 100 (Apollo 11 und 14) bzw. 300 (Apollo 15) Tripleprismen mit einem Durchmesser von jeweils 3,8 cm (Abb. 2). Auf den Lunochod-Rovern wurden französische Reflektoren aus 14 Einzelprismen mit einer Seitenlänge von 11 cm genutzt. Auf der Erde sind nur wenige Observatorien in der Lage, LLR-Messungen durchzuführen. In den USA ist es das Projekt APOLLO (Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation) in New Mexico, in Frankreich das Observatoire de la Côte d'Azur in Grasse und die Matera Laser Ranging Station in Italien. Die längste LLR-Datenreihe (von 1969 bis 2013) des McDonald Observatory in Texas, USA, kann zurzeit aufgrund von finanziellen Problemen nicht fortgesetzt werden. Von 1984 bis 1990 führte das Observatorium auf dem Mt. Haleakala (Hawaii) LLR-Messungen durch. Einzelne Messungen wurden auch an der australischen Station Orroral und auf der geodätischen Fundamentalstation in Wettzell im Bayerischen Wald durchgeführt, wo der LLR-Betrieb demnächst wieder aufgenommen werden soll. In Abb. 3 sind diejenigen Observatorien verzeichnet, deren LLR-Daten in der Auswertung des Instituts für Erdmessung (IfE) verwendet werden.

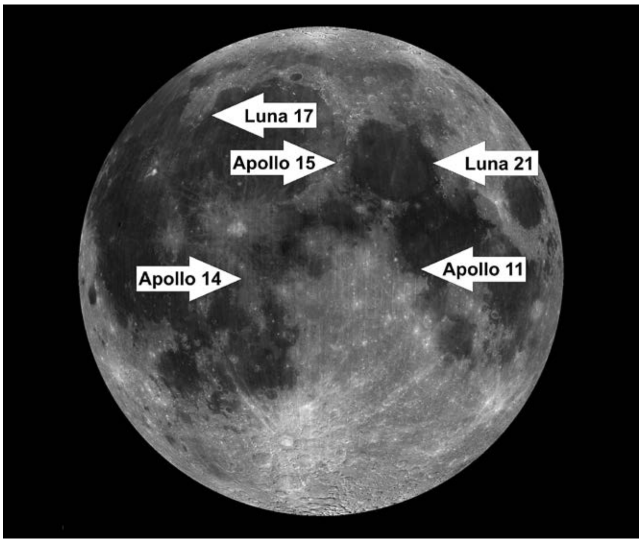

Abb. 1: Position der LLR-Reflektoren auf der Mondoberfläche

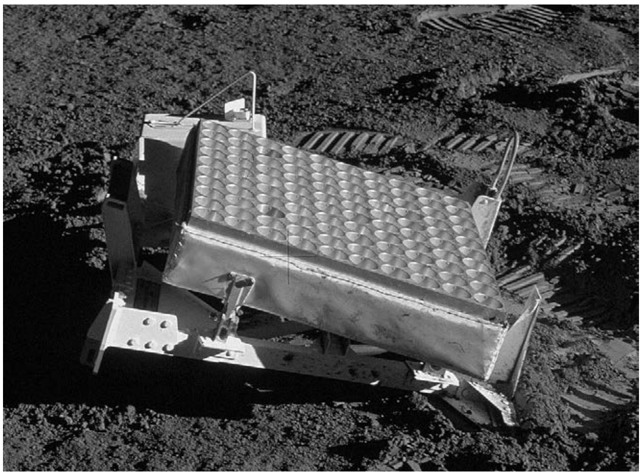

Abb. 2: Reflektor der Apollo 14 Mission mit 100 Einzelprismen in einer 10 × 10-Anordnung

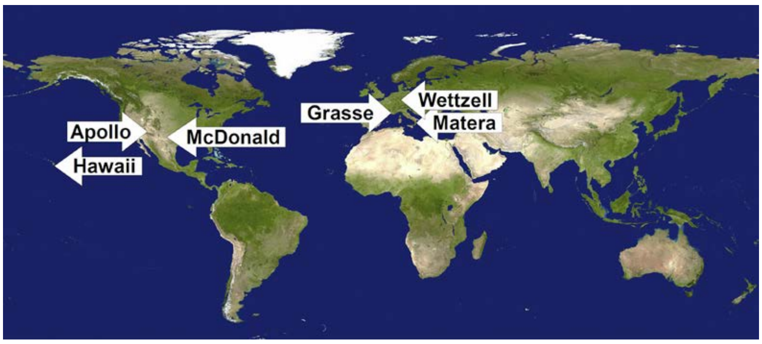

Abb. 3: Position aller LLR-Stationen, deren Daten in der Auswertung des IfE genutzt werden.

2 Messtechnik

LLR-Messungen zwischen einer Station am Erdboden und einem Reflektor auf dem Mond sind eine sehr anspruchsvolle Aufgabe. Ausgangspunkt ist ein gepulster Laser, der im grünen Spektralbereich bei 532 nm kurze, nur etwa 100 ps lange Laserpulse mit einer Energie von etwa 100 bis 200 mJ und einer Pulsrate von 10 bis 20 Hz erzeugt. Der größte Teil des Laserlichtes wird über den Strahlengang des Teleskops zum Mond geschickt, während ein kleiner Teil aus dem Strahlengang ausgekoppelt und zur Bestimmung der genauen Startzeit verwendet wird. Der einzelne Laserpuls formt kurz nach Verlassen des Teleskops eine Strahlungsscheibe von etwa 3 cm Dicke und einem Durchmesser entsprechend des eingesetzten Teleskops (z. B. bei APOLLO 3,5 m oder in Wettzell 0,7 m). Bei einer Pulsenergie von 100 mJ enthält der Einzelpuls etwa 3×10^{17} Photonen. Das parallel aus dem Teleskop austretende Laserlicht durchläuft als erstes die turbulente Erdatmosphäre, die, je nach Qualität der atmosphärischen Bedingungen, eine Divergenz des Lichtbündels zwischen einer und fünf Bogensekunden verursacht. Auf dem Mond bedeutet dies, dass der »beleuchtete« Bereich eine Fläche zwischen 10 und 70 km^2 umfasst. Zum Vergleich, die 300 Tripleprismen des Apollo 15 Reflektors ergeben zusammen eine reflektierende Fläche von 0,34 m^2, also nur $3{,}4 \times 10^{-7}$ km^2. Bei guten atmosphärischen Bedingungen trifft damit nur etwa jedes

30-millionste Photon auf den Reflektor und wird zur Erde zurückgeschickt. Der reflektierte Teil des Laserpulses divergiert aufgrund der Eigenschaften des Reflektors ebenfalls und beleuchtet auf der Erdoberfläche eine Kreisfläche mit 15 km Durchmesser, wovon nur der kleine Bereich der Teleskopöffnung die verbleibenden Photonen zum Detektor leitet. Der gesamte Signalverlust, inklusive zweimaligem Durchlauf durch die Atmosphäre und dem Transmissionsgrad des Empfangssystems, beträgt etwa 18 Größenordnungen (Murphy et al. 2008).

Am Empfangssystem, bestehend aus einer oder mehreren Lawinen-Photodioden, kommen damit nur einzelne der ehemals über 10^{17} Photonen des Laserpulses an (Murphy 2013). Diese Einzelphotonen müssen aus einer Menge an Störphotonen durch den hellen Mond mit Hilfe einer dreifachen Filterung (räumlich, spektral und zeitlich) separiert werden. Der räumliche Filter verhindert, dass zu viel Licht von der den Reflektor umgebenden Mondoberfläche zum Detektor gelangt. Der Detektor »sieht« nur einen etwa 4×4 km^2 großen Ausschnitt des Mondes um die Reflektorposition herum. Im spektralen Bereich lässt ein sehr engbandiger Linienfilter (Halbwertsbreite kleiner 1 nm) nur das Licht mit der Wellenlänge des Lasers passieren. Die zeitliche Filterung wird durch eine geschickte Steuerung der Dioden realisiert. Der zur Detektion nötige Lawinenprozess kann nur in einem engen Zeitfenster um den mit einem Modell vorherberechneten Empfangszeitpunkt durch auftreffende Photonen ausgelöst werden. Die Messgröße für jeden Laserpuls ist die Pulslaufzeit, d. h. die Zeitdifferenz zwischen Empfangs- und Sendezeitpunkt.

Die Detektion des gefilterten Photons aus einem Einzelpuls lässt noch keine Aussage darüber zu, ob es sich wirklich um ein Photon des ursprünglichen Laserpulses oder nicht doch um ein Störphoton handelt. Aus diesem Grund werden Messungen über einen Zeitraum von etwa 5 bis 15 Minuten zu einem statistisch abgesicherten einzelnen Messwert, dem Normalpunkt, zusammengefasst. Die Abb. 4 zeigt die beobachteten Laufzeitdifferenzen »gemessen minus berechnet« über einen Zeitraum von knapp 6 Minuten von der LLR-Station in Grasse zum Apollo 15 Reflektor. Die vom Mond zurückgekehrten Photonen sind an der Häufung der Beobachtungen in der Nähe der vorherberechneten Nulllinie ($\Delta t = 0$ ns) zu erkennen. Während dieser Messung wurden 3.600 Laserpulse zum Mond geschickt, aber im Mittel nur 0,04 Photonen pro ausgesendetem Laserpuls vom Mond empfangen. Bei APOLLO vergrößert sich dieses Verhältnis auf einige Zehntel Photonen pro Puls; bei kleineren Teleskopen, z. B. in Wettzell, werden teilweise weniger als 1/100stel Photonen pro Puls empfangen. Trägt man die Laufzeitdifferenzen in einem Histogramm auf (Abb. 5), erkennt man einen deutlichen Peak der zurückgekehrten Photonen mit einem Offset von etwa einer Nanosekunde. Bei idealer Messung und mit einem idealen Modell würden alle Werte exakt um Null zu finden sein. Das Histogramm dient als Grundlage für die Berechnung des Normalpunktes, der dann als eigentliche Beobachtungsgröße in der LLR-Analyse verwendet wird.

Von 1969 bis Anfang 2015 wurden rund 21.000 Normalpunkte gemessen. Die Abb. 6 zeigt die Verteilung über die Zeit und die beteiligten Observatorien. Auf dem

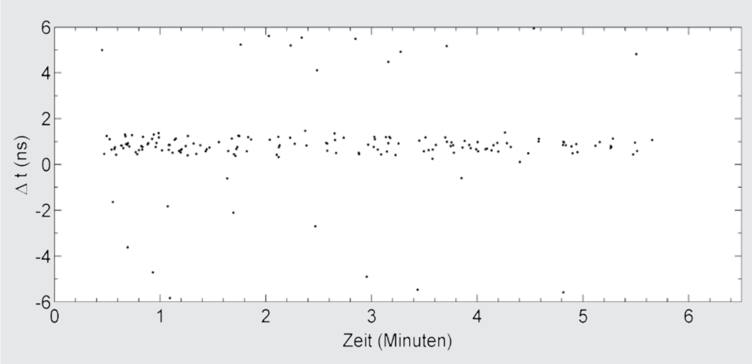

Abb. 4: Gemessene Laufzeitdifferenzen (Δt = gemessen–berechnet) der LLR-Station in Grasse zum Apollo 15 Reflektor über einen Zeitraum von fast 6 Minuten (Torre 2015)

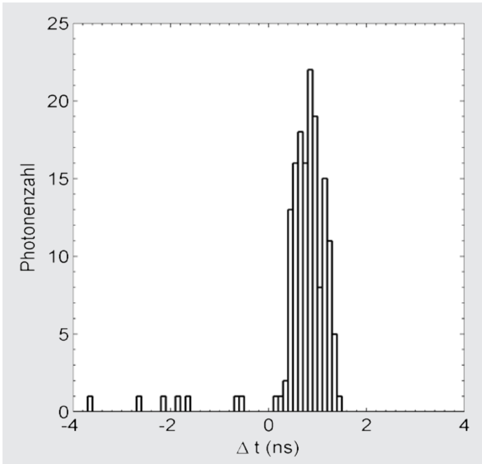

Abb. 5: Histogramm der Messungen aus Abb. 4. Dazu wurden die einzelnen Messungen in einem bestimmten Intervall der ermittelten Laufzeitdifferenz zusammengefasst.

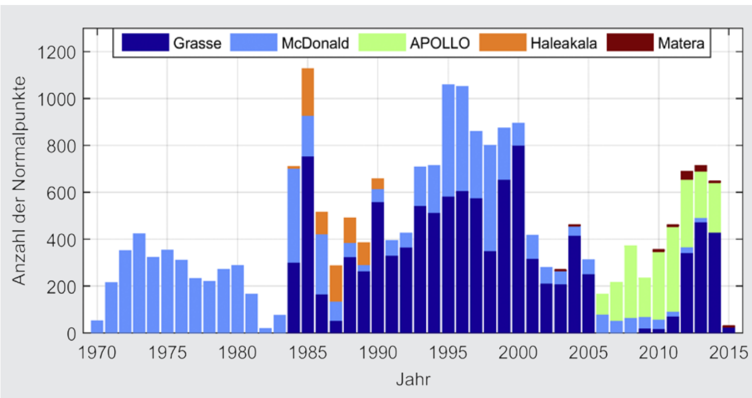

Abb. 6: Anzahl der jährlich gemessenen Normalpunkte von 1970 bis Anfang 2015 und deren Aufteilung auf die LLR-Observatorien

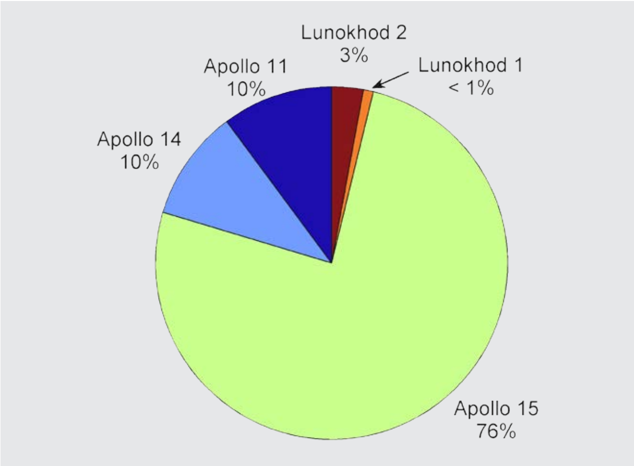

Abb. 7: Prozentualer Anteil der Reflektoren an den gemessenen Normalpunkten von 1970 bis Anfang 2015

Mond wurde in der Vergangenheit zu einem großen Teil der Apollo 15 Reflektor angemessen, der aufgrund seiner Größe das einfachste Ziel mit der größten Signalstärke darstellt (Abb. 7). Die anderen kleineren Reflektoren sind in der Regel schwieriger anzumessen. Mit APOLLO und dem erneuerten französischen System in Grasse können nun aber auch diese Reflektoren zuverlässig angemessen werden, sodass seit den letzten Jahren eine gleichmäßigere Beobachtung aller Reflektoren erreicht wird.

3 Datenanalyse

Die Normalpunkte werden am IfE mit dem Programmpaket LUNAR analysiert. Die Entwicklung der Software begann im Sonderforschungsbereich 78 an der TU München in der Forschungseinrichtung Satellitengeodäsie (FESG) und wird am IfE an der Leibniz Universität Hannover fortgeführt. Die wichtigsten Bestandteile von LUNAR sind die beiden Programmteile zur Ephemeridenberechnung und Parameterschätzung, siehe auch Müller et al. (2014a).

In der Ephemeridenrechnung wird die Bewegung der Körper im Sonnensystem bis zur ersten nach-Newton'schen Ordnung, d.h. inklusive relativistischer Terme proportional zu $1/c^2$, modelliert (Will 1993). Als Grundlage dienen die Einstein-Infeld-Hoffmann (EIH)-Bewegungsgleichungen für sphärisch-symmetrische Körper, die für alle Planeten, Sonne, Mond und ausgewählte Asteroiden numerisch in der Zeit integriert werden. Die Rotation des elastischen Mondes wird über die Euler-Liouville-Gleichungen simultan mitintegriert und relativistische Korrekturen (de Sitter und Lense-Thirring Präzession) angebracht (Müller 1991). Daraus ergibt sich die Orientierung des Mondes im Raum. Weiterhin werden gravitative Effekte durch die Abweichung der Erde, der Sonne und des Mondes von der Kugelgestalt, die säkulare Gezeitenbeschleunigung sowie das dissipative Verhalten des Mondes und der Einfluss eines flüssigen Mondkerns auf die Mondrotation modelliert.

Die Ausgleichung im Programmteil der Parameterschätzung basiert auf dem Gauss-Markov-Modell. Dabei wird der gemessene dem berechneten Abstand d zwischen einem Observatorium auf der Erde und einem Reflektor auf dem Mond gegenübergestellt. Die Grundgleichung des Auswertung kann formal gegeben werden als

$$d = \frac{c}{2}\tau_{mess} = \frac{c}{2}\left(\tau_{12} + \tau_{23} + \Delta\tau_{rel} + \Delta\tau_{atmo} + \Delta\tau_{syn} + \Delta\tau_{syst}\right). \quad (1)$$

Hierbei ist c die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und τ_{mess} die gemessene Laufzeit vom Observatorium auf der Erde zum Reflektor auf dem Mond und zurück. In der LLR-Analyse werden drei wesentliche Zeitpunkte benötigt: Der Sendezeitpunkt t_1, der Reflexionszeitpunkt t_2 auf dem Mond und der Empfangszeitpunkt t_3 des zurückkehrenden Signals am Observatorium. Im Normalpunkt sind nur der Zeitpunkt t_1 in universeller koordinierter Weltzeit (UTC) und die Laufzeit τ_{mess} verfügbar. Die Zeitpunkte t_2 und t_3 müssen iterativ berechnet werden, da die Bewegung von Erde und Mond während der gesamten Lichtlaufzeit von rund 2,6 s berücksichtigt werden muss. Die Analyse der Normalpunkte erfolgt in einem raumfesten Inertialsystem in baryzentrisch-dynamischer Zeit (TDB), dem Zeitsystem der Ephemeridenrechnung. In der Transformation von UTC in TDB müssen auch weitere Zeitskalen (die Atomzeit TAI und die terrestrisch dynamische Zeit TT) beachtet werden. Aus den resultierenden Epochenzeiten kann die Pulslaufzeit $\tau_{12} = t_2 - t_1$ zwischen Observatorium und Reflektor berechnet werden, entsprechend für den Rückweg $\tau_{23} = t_3 - t_2$. Die Größe $\Delta\tau_{rel}$ beschreibt die relativistische Laufzeitverzögerung des Laserpulses aufgrund der Ausbreitung im Schwerefeld von Erde und Sonne (Shapiro-Effekt) sowie Anteile durch die relativistische Zeittransformation von der terrestrischen Zeitskala auf dem Geoid TT zur dynamisch-baryzentrischen Zeitskala TDB. Die atmosphärisch bedingten Laufzeitverzögerungen sind mit $\Delta\tau_{atmo}$ bezeichnet, $\Delta\tau_{syn}$ korrigiert periodische Veränderungen der geozentrisch betrachteten Mondbewegung aufgrund des solaren Strahlungsdruckes und thermischer Effekte und $\Delta\tau_{syst}$ berücksichtigt systematische Fehler in der Messung.

In die Berechnung fließen weiterhin die Transformationen zwischen dem raumfesten Inertialsystem, in dem die Bahnen der Körper des Sonnensystems berechnet werden, und den körperfesten Systemen von Erde und Mond ein, in denen die Reflektorpositionen (im Hauptachsensystem des Mondes) und die Stationskoordinaten (im Internationalen Terrestrischen Referenzrahmen ITRF) definiert sind (Biskupek 2015). Die Rotation des Mondes und damit die Eulerwinkel zur Transformation in das Inertialsystem werden im Ephemeridenprogramm berechnet, während die Rotation der Erde durch die wohlbekannten Transformationen von Präzession/Nutation, Polbewegung und Erdrotationsphase UT1 beschrieben werden. Für die Observatorien auf der Erde wird eine Reihe von Einflüssen auf die Stationskoordinaten berücksichtigt (Petit und Luzum 2010):

- Gezeiten der festen Erde: Sie entstehen als direkter Effekt der gravitativen Kräfte von Sonne und Mond (radial bis zu 30 cm);
- Ozeanauflasten: Die durch gravitative Kräfte der Himmelskörper bedingte Verlagerung der Ozeanmassen (bis zu 10 cm);
- Atmosphärenauflasten: Sie entstehen einerseits durch die Erwärmung der Luftmassen über den Kontinenten und andererseits ebenfalls durch die gravitativen Kräfte der Himmelskörper auf die Atmosphäre (ca. 1 cm);
- Polgezeiten: Verursacht durch die Polbewegung, führen sie zu einer Änderung des Zentrifugalpotenzials, was zur Deformation des Erdkörpers führt (radial bis zu 25 mm, horizontal bis zu 7 mm);
- Auflasten durch Ozeanpolgezeiten: Sie entstehen als Folge der Polgezeiten, da diese ebenfalls eine Verlagerung der Ozeanmassen verursachen (radial bis zu 1,8 mm, horizontal bis zu 0,5 mm) und
- Stationsbewegungen aufgrund der Plattentektonik (je nach Station bis zu einige cm/Jahr).

Die Reflektorkoordinaten werden um Gezeiteneffekte von Erde und Sonne sowie um Deformationen aufgrund der Rotation des Mondes korrigiert.

Die jährlichen gewichteten Residuen zwischen beobachtetem und berechnetem Erde-Mond-Abstand sind in Abb. 8 gezeigt. In den Anfangsjahren erreichten die Residuen Werte bis etwa 30 cm. Ab Mitte der 80er Jahre wurden die Residuen durch mehr Beobachtungen und neue Observatorien mit verbesserter Technologie kleiner. Ab Mitte der 90er Jahre erreichten die Residuen ein Niveau von drei bis fünf Zentimeter. Etwa zwei Zentimeter entfallen auf die Orientierung der Reflektoren zum Messzeitpunkt. Aufgrund der Librationsbewegung des Mondes weicht die Reflektornormale bis zu 10 Grad von der Richtung zur Erde ab. Durch diese Verkippung ist die Entfernung der einzelnen Tripleprismen des Reflektors zum Observatorium nicht konstant. Dies führt zu einer zusätzlichen Unsicherheit in der Messung, da nicht bekannt ist, von welchem Einzelprisma die empfangenen Photonen reflektiert wurden. Weitere zwei bis drei Zentimeter entfallen auf verbleibende Modellierungsungenauigkeiten, z.B. in der Mondrotation.

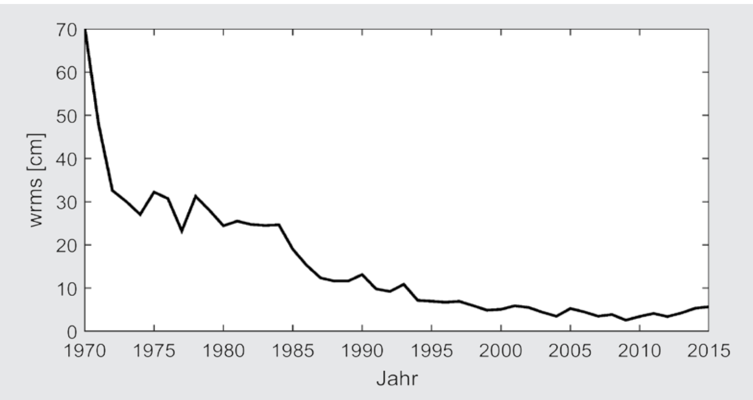

Abb. 8: Gewichtete jährliche Residuen der LLR-Analyse am IfE

4 Ergebnisse der Parameterschätzung – Erde-Mond-System

Mit Hilfe der Laserentfernungsmessungen zum Mond lassen sich verschiedene Parameter im Erde-Mond-System bestimmen. Gleichzeitig bietet LLR eine einzigartige Möglichkeit, um bestimmte Aspekte der Einstein'schen Gravitationstheorie auf ihre Gültigkeit zu untersuchen, siehe auch Müller et al. (2014a) und Biskupek (2015).

Die hochgenau bestimmte Mondbahn, in Wechselwirkung mit den Körpern des Sonnensystems, kann zur Realisierung eines dynamischen Referenzsystems herangezogen werden. Die Positionen und Geschwindigkeiten der Körper zu bestimmten Zeitpunkten bilden die »Festpunkte« des Referenzrahmens. Das mondfeste selenozentrische Referenzsystem ist ein im Massenmittelpunkt des Mondes gelagertes Hauptachsensystem und wird über die mitgeschätzten Reflektorkoordinaten realisiert. Mit einer Genauigkeit im Bereich von etwa 10 cm sind die fünf Reflektoren die am genauesten bestimmten Punkte auf der Mondoberfläche. Umgekehrt lassen sich die Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten auf der Erde mit einer Genauigkeit von wenigen Zentimetern bzw. Millimetern pro Jahr bestimmen.

In Biskupek (2015) sind die mit LLR schätzbaren Erdorientierungsparameter, wie langperiodische Nutationskoeffizienten, Erdrotationsphase und Polkoordinaten sowie die Präzessionskonstante, untersucht worden. Als Grundlage diente dabei die Transformationsmatrix aus dem erdfesten ITRS (Internationales terrestrisches Referenzsystem) ins raumfeste GCRS (Geozentrisches himmelsfestes Referenzsystem), in die die jeweiligen Komponenten einfließen. Die Nutation des aktuellen MHB2000 Modells (Mathews et al. 2002) liegt für die beiden Winkel $\Delta\psi$ und $\Delta\varepsilon$ als Reihenentwicklung vor

$$\Delta\psi_{MHB} = \sum_{i=1}^{n} \left(A_i + A'dt\right)\sin\left(ARG_i\right) + \left(A_i'' + A_i'''dt\right)\cos\left(ARG_i\right), \tag{2}$$

$$\Delta\varepsilon_{MHB} = \sum_{i=1}^{n} \left(B_i + B_i'dt\right)\cos\left(ARG_i\right) + \left(B_i'' + B_i'''dt\right)\sin\left(ARG_i\right). \tag{3}$$

Die jeweiligen Koeffizienten A, A', A'', A''', B, B', B'' und B''' sind durch das Modell gegeben, dt bezeichnet die Zeitdifferenz zu J2000.0 in Julianischen Jahrhunderten, n die Anzahl der Reihenelemente (678 für die lunisolare und 687 für die planetare Nutation). In

$$ARG_i = \sum_{j=1}^{m} M_j^i F_j \tag{4}$$

fließen die Fundamentalargumente F_j ein, deren Zahlenwerte in Petit & Luzum (2010) angegeben sind. Die Summe berechnet sich dabei entweder über $m = 5$ Elemente für die lunisolare Nutation bzw. über $m = 14$ für die planetare

Tab. 1: Zuschläge zu den MHB2000-Nutationskoeffizienten für vier Perioden, bestimmt aus der Analyse von LLR-Daten unter Anwendung verschiedener Transformationen zwischen dem ITRS und GCRS, jeweils über den Frühlingspunkt. In LLR1 wurde die Präzession gemäß Fukushima (2003) und Williams (1994) modelliert, in LLR2 gemäß Capitaine und Wallace (2006). Als Vergleichsmodell sind die Werte des MHB2000 Nutationsmodells (Mathews et al. 2002) gegeben. Die Einheit sind jeweils Millibogensekunden [mas].

Period		MHB2000 [mas]	LLR 1 [mas]	LLR 2 [mas]
18,6 Jahre	A	−17.206,42	2,70 ± 0,20	5,21 ± 0,25
	B	9.205,23	−0,48 ± 0,10	−1,32 ± 0,11
	A″	3,34	−4,62 ± 0,12	−3,46 ± 0,21
	B″	1,54	−2,29 ± 0,09	−2,19 ± 0,10
182,6 Tage	A	−1.317,09	−2,38 ± 0,08	−1,69 ± 0,11
	B	573,03	0,25 ± 0,05	0,15 ± 0,05
	A″	−1,37	1,80 ± 0,07	1,85 ± 0,09
	B″	−0,46	0,23 ± 0,05	0,22 ± 0,05
9,3 Jahre	A	207,46	0,45 ± 0,11	0,85 ± 0,18
	B	−89,75	−0,15 ± 0,07	−0,13 ± 0,08
	A″	−0,07	−1,50 ± 0,12	−0,97 ± 0,20
	B″	−0,03	−0,87 ± 0,08	−1,35 ± 0,09
365,3 Tage	A	147,59	−2,91 ± 0,10	−0,51 ± 0,16
	B	7,39	0,55 ± 0,06	0,01 ± 0,07
	A″	1,12	−2,30 ± 0,09	−0,06 ± 0,11
	B″	−0,19	−0,29 ± 0,05	−0,02 ± 0,05

Nutation. M_j^i bezeichnet die jeweiligen Multiplikatoren. In der LLR-Auswertung können die nicht-zeitabhängigen Koeffizienten A, A'', B und B'' für die Perioden 18,6 und 9,3 Jahre sowie 365,3 und 182,6 Tage geschätzt werden. In unterschiedlichen Untersuchungen hat sich gezeigt, dass die zugrunde gelegte Transformation aus dem ITRS ins GCRS einen Einfluss auf die geschätzten Nutationskoeffizienten hat. Für die hier diskutierten Ergebnisse wurde die Transformation über den Frühlingspunkt durchgeführt. Die Präzession wurde in LLR1 über die Winkel von Fukushima (2003) und Williams (1994) modelliert, in LLR2 gemäß Capitaine und Wallace (2006). Der Vergleich mit dem offiziellen MHB2000-Modell, dargestellt in Tab. 1, offenbart besonders in den langperiodischen Koeffizienten der $\Delta\psi$-Komponente, also entlang der Ekliptik, signifikante Abweichungen. Die jährlichen Koeffizienten passen, besonders in LLR2, sehr gut zum Modell.

Die LLR-Ergebnisse, die Genauigkeiten von 0,2 bis 0,5 mas in $\Delta\psi$ und 0,1 bis 0,3 mas in $\Delta\varepsilon$ erreichen, sind zwar schlechter als Nutationsergebnisse aus VLBI, trotzdem können sie bei einer Kombination von LLR und VLBI durch die Langzeitstabilität zu einem präziseren Nutationsmodell beitragen.

Die ungleichmäßige Verteilung der LLR-Beobachtungen über den synodischen Monat und die wenigen Observatorien führen zu Problemen in der Datumsfestlegung. Dadurch ist es nicht trivial, Erdrotationsparameter aus LLR zu schätzen. Untersuchungen von Biskupek (2015) haben allerdings ergeben, dass es über geeignete Auswertestrategien möglich ist, Zeitreihen für die Polbewegung mit einer Genauigkeit von 1 bis 20 mas und für die Erdrotationsphase mit 0,03 bis 0,3 ms zu berechnen. Besonders die hochgenauen Beobachtungen der Station APOLLO tragen hier positiv zu den Ergebnissen bei, siehe auch Müller et al. (2015).

Weiterhin werden Parameter für die Berechnung der Mondephemeride mitgeschätzt. Die Translation und Rotation des Mondes wird über einen Satz von Anfangswerten für die Ephemeridenintegration den Messwerten angepasst. Für die Mondtranslation wird die initiale Position und Geschwindigkeit, für die Mondrotation die initiale Orientierung und Winkelgeschwindigkeit bestimmt. Das komplette Mondschwerefeld bis Grad und Ordnung 5 wird in der Berechnung verwendet (Müller et al. 2014b). Um eine bestmögliche Anpassung an die LLR-Messwerte zu erreichen, werden einige Koeffizienten vom Grad 2 und 3 geschätzt. Weiterhin werden das Produkt der Gravitationskonstante mit der Gesamtmasse des Erde-Mond-Systems sowie gezeitenabhängige Parameter und Kenngrößen des Mondinneren bestimmt. Dazu gehören die Lovezahlen k_2 und h_2, ein Dissipationsparameter D, um die zeitliche Verzögerung des Mondes auf die Gezeitenwirkung zu modellieren und ein Parameter für die säkulare Gezeitenbeschleunigung des Mondes. Die vom Mond erzeugten Gezeitenberge werden durch die im Vergleich zum Mondumlauf schnellere Erdrotation und Reibung aus der Verbindungslinie Erde–Mond herausbewegt. Der mondnahe Gezeitenberg befindet sich somit immer ein Stück »vor« dem Mond und verursacht eine kleine, aber stetige Beschleunigung des Mondes, der sich demzufolge um etwa 3,8 cm pro Jahr von der Erde entfernt.

5 Ergebnisse der Parameterschätzung – Gravitationsexperimente

Die Analyse der LLR-Messungen erlaubt, wichtige Komponenten der Einstein'schen sowie auch der Newton'schen Gravitationstheorie zu testen, siehe Müller et al. (2014a) und Soffel (2015). Für schwache Gravitationsfelder und kleine Geschwindigkeiten, im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, kann die Einstein'sche Theorie durch die Newton'sche approximiert werden, z. B. das Newton'sche Gravitationsgesetz mit der Gravitationskonstanten G und dem Abstandsvektor $\mathbf{r}$ zwischen einer Testmasse und der felderzeugenden Masse M

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{5}$$

Die Unveränderlichkeit von G ist eine der grundlegenden Annahmen der Einstein'schen Theorie, während einige alternative Gravitationstheorien einen zeitlich veränderlichen Wert für G vorhersagen (Sanders et al. 2010, Steinhardt und Wesley 2010). Falls solche Variationen signifikant beobachtet werden würden, ließen sich Hinweise auf Modifikationen der Einstein'schen Theorie gewinnen. Die lange LLR-Beobachtungsreihe schränkt eine mögliche zeitliche Variation auf $\dot{G}/G < 1{,}5 \cdot 10^{-13}$/Jahr ein. Das obere Limit für eine mögliche quadratische Variation wurde von Biskupek (2015) zu $\ddot{G}/G < 5 \cdot 10^{-15}/\text{Jahr}^2$ abgeschätzt.

Eine mögliche Distanzabhängigkeit der Gravitationskonstanten und damit eine Verletzung von Newtons $1/r^2$-Gesetz, d. h. der quadratischen Abnahme der Gravitationsbeschleunigung mit steigendem Abstand zum anziehenden Körper, kann durch Einführung eines zusätzlichen Yukawa-Potenzials zum Gravitationspotenzial von Erde und Mond über

$$V_{EM}(r) = \frac{GM_{Erde}\,M_{Mond}}{r}\left(1 + \alpha e^{-r/\lambda}\right) \tag{6}$$

untersucht werden (Hofmann et al. 2014a). Die Größe λ bezeichnet die effektive Reichweite und α die Kopplungskonstante. Eine entsprechende zusätzliche Beschleunigung mit λ = 380.000 km wird in die LLR-Analyse eingeführt und die Kopplungskonstante geschätzt. Es wurde bisher keine Verletzung des $1/r^2$-Gesetzes mit LLR gefunden und die Obergrenze von α zu $1{,}8 \cdot 10^{-11}$ bestimmt. Alle Verletzungen der Einstein'schen Theorie – so auch eine Yukawa-Störung – würden zu einer von der Vorhersage abweichenden Bahn des Mondes führen. In Abb. 9 ist dieser Fall in einer stark übertriebenen Version für einen zusätzlichen hypothetischen Yukawa-Term (mit $\alpha = 6 \cdot 10^4$) in den Bewegungsgleichungen dargestellt.

Die Gültigkeit des Äquivalenzprinzips ist ein weiteres Kernelement der Gravitationstheorien von Newton und Einstein. Es ist mit dem freien Fall von Körpern in einem äußeren Gravitationsfeld verknüpft und kann in verschiedene Varianten unterschieden werden (Nordtvedt 1968). Das schwache Äquivalenzprinzip besagt, dass alle ungeladenen Körper unabhängig von ihrer chemischen Zusammensetzung, Größe und Masse im Vakuum die gleiche Frei-Fall-Beschleunigung erfahren. Im Newton'schen Sinne ist das Verhältnis zwischen träger Masse, die den Widerstand eines Körpers gegen äußere Kräfte darstellt, und schwerer Masse, die in die Berechnung der Gravitationskraft eingeht, für alle Körper gleich. Im Labor auf der Erde kann das schwache Äquivalenzprinzip z. B. durch hochempfindliche Torsionswaagen überprüft werden (Wagner et al. 2012). Im Erde-Mond-System würde durch den unterschiedlichen inneren Aufbau von Erde und Mond (die Erde besitzt einen nickel- und eisenreichen Kern, der Mond besteht größtenteils aus Silikatgestein) eine Verletzung des schwachen Äquivalenzprinzips zu einer unterschiedlichen Beschleunigung im Gravitationsfeld der Sonne führen und damit zu einer Veränderung der Mondbahn gegenüber der theoretischen Vorhersage.

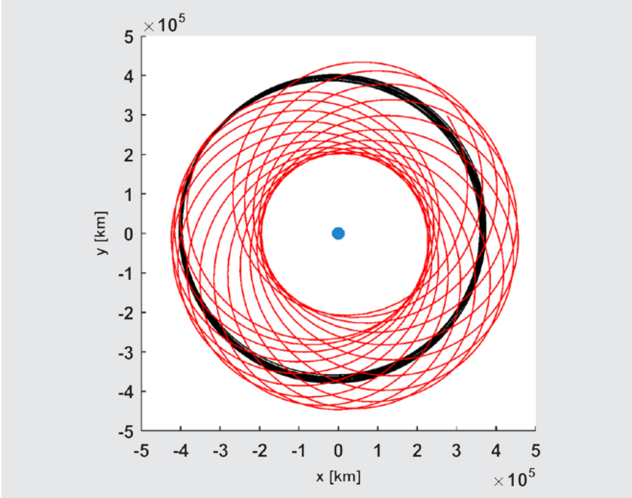

Abb. 9: Mondbahn über einen Zeitraum von 12 Monaten mit dem Effekt eines zusätzlichen Yukawa-Potenzials. Zu reinen Darstellungszwecken wurde die Berechnung mit einer extrem große Kopplungskonstante von α = 6*10^4 durchgeführt. Die Erde (blau) befindet sich im Ursprung des Diagramms, in schwarz ist die ungestörte und in rot die Yukawa-gestörte Mondbahn dargestellt.

Das starke Äquivalenzprinzip ist ein Grundpfeiler der Einstein'schen Gravitationstheorie und erweitert die schwache Variante um die gravitative Selbstenergie der Körper. In der Einstein'schen Theorie erzeugt jede Form von Energie eine gravitative Wirkung, d. h. auch die Energie des eigenen Gravitationsfeldes erzeugt Gravitation. Die gravitative Selbstenergie ist für Testkörper in einem Labor nahezu verschwindend klein. Betrachtet man hingegen astronomische Körper mit größerer Selbstenergie, kann auch das starke Äquivalenzprinzip getestet werden. Dieses sagt aus, dass die Frei-Fall-Beschleunigung von Testkörpern unabhängig vom Anteil der gravitativen Selbstenergie ist. Betrachtet man die Erde und den Mond als Testkörper im Gravitationsfeld der Sonne, so erlaubt LLR einen kombinierten Test des schwachen und starken Äquivalenzprinzips (Müller et al. 2012). Berücksichtigt man Labortests zum schwachen Äquivalenzprinzip zwischen zwei Körpern mit erd- und mondähnlichem Aufbau (Adelberger 2001), kann mit LLR das starke Äquivalenzprinzip allein getestet werden. Bisher wurde keine Verletzung des Äquivalenzprinzips mit LLR detektiert. Die Obergrenze für eine mögliche (normierte) Differenzbeschleunigung zwischen Erde und Mond beträgt

$$\Delta a^{n}_{EM} = \frac{\Delta a_{EM}}{\frac{1}{2}\left(a_{Erde} + a_{Mond}\right)} < 2 \cdot 10^{-13}. \tag{7}$$

Alternativ kann der Test des starken Äquivalenzprinzips auch über den Nordtvedt-Parameter η ausgedrückt werden (Nordtvedt 1968) mit

$$\eta = \frac{\Delta a_{EM}^{n} mc^2}{U} = \left(2,0 \pm 4,0\right) \cdot 10^{-4}, \qquad (8)$$

wobei U die gravitative Selbstenergie und m die Masse des Erde-Mond-Systems sind.

Ein weiterer Aspekt der Einstein'schen Theorie betrifft die sogenannte geodätische oder auch de Sitter-Präzession. Dabei handelt es sich um eine relativistische Rotation des Mondorbits um etwa 1,9 Bogensekunden pro Jahrhundert (de Sitter 1916). Diese Bewegung ist in den relativistisch formulierten EIH-Bewegungsgleichungen bereits enthalten. Um zu testen, ob die Mondbahn die von Einstein vorhergesagte Präzessionsbewegung ausführt, wird die geodätische Präzession ein zweites Mal in die Bewegungsgleichungen eingeführt und ein Parameter für die relative Abweichung zur Einstein'schen Gravitationstheorie geschätzt. Die Analyse der LLR-Daten bestätigen die Vorhersage der Einstein'schen Theorie auf 0,5 %.

Gravitationstheorien können für schwache Gravitationsfelder und kleine Geschwindigkeiten, im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit, in einer parametrisierten nach-Newton'schen Näherung mit bestimmten dimensionslosen Parametern (PPN-Parameter) dargestellt werden (Will 1993). Mit LLR lassen sich einige dieser Parameter bestimmen. Es kann beispielsweise getestet werden, ob es bevorzugte Bezugssysteme gibt, in denen die Gravitationswirkung zwischen zwei Körpern richtungsabhängig ist, während bei Einstein solche Bezugssysteme nicht existieren. Innerhalb der Messgenauigkeit konnten mit LLR keine signifikanten Effekte festgestellt werden (Müller et al. 1996, Soffel et al. 2008). Im Prinzip lassen sich mit LLR auch Metrikparameter, wie der Raumkrümmungsparameter γ und der Nichtlinearitätsparameter β, schätzen, jedoch können diese mit anderen Verfahren genauer bestimmt werden. Unter der Annahme der Gültigkeit des schwachen Äquivalenzprinzips und dem Fehlen von bevorzugten Bezugssystemen kann aus dem LLR-Test des starken Äquivalenzprinzips (η aus (8)) in Verbindung mit Raumsondenmessungen für γ ($\sim 10^{-5}$, Bertotti et al. 2013) ein genauerer Wert für β aus

$$\beta = \frac{1}{4}\left(\eta + \gamma + 3\right) \qquad (9)$$

angegeben werden, der den Einstein'schen Wert von 1 auf 10^{-4} bestätigt.

6 Fazit

Lasermessungen zum Mond stellen einen einzigartigen Beobachtungssatz dar, mit dem eine Reihe von Effekten im Erde-Mond-System untersucht werden kann. Die größte Bedeutung hat LLR – durch den großen Erde-Mond-Abstand und die mehr als 45-jährige Datenreihe – aber hinsichtlich des Tests von Gravitationstheorien. Insbesondere die Untersuchungen zum Äquivalenzprinzip und zur Konstanz der Gravitationskonstanten haben eine große Bedeutung, da von alternativen Theorien Abweichungen zur Einstein'schen Gravitationstheorie erwartet werden. Die Analyse der LLR-Messungen bestätigt die Vorhersagen der Allgemeinen Relativitätstheorie bis jetzt in beeindruckender Weise und trägt zu einem besseren Verständnis des Erde-Mond-Systems bei.

Die höchste Messgenauigkeit wird gegenwärtig von der APOLLO-Station erzielt. Durch die große Teleskopöffnung können in wenigen Minuten tausende reflektierte Photonen empfangen und damit die statistische Genauigkeit eines Normalpunktes (über das $1/\sqrt{N}$-Gesetz) in den mm-Bereich gesenkt werden. Damit ist APOLLO die einzige Station auf der Erde mit der Möglichkeit einer mm-genauen LLR-Messung. Um dieses Genauigkeitspotenzial noch besser auszuschöpfen, wird die LLR-Analysesoftware des IfE auch in Zukunft weiter verbessert, z. B. die Modellierung der Mondrotation in der Ephemeridenrechnung durch eine detailliertere Berücksichtigung der auf den Mond wirkenden Drehmomente.

Neben Verbesserungen in der LLR-Analyse sind in den kommenden Jahren auch messtechnische Fortschritte zu erwarten. Durch fortwährende Verbesserungen in den Observatorien ist heutzutage die LLR-Messgenauigkeit einer Einzelmessung durch die librationsbedingte Reflektororientierung limitiert. Um auch mit kleineren Teleskopen als APOLLO mm-Genauigkeit zu erreichen, können z. B. neuartige Einzel-Prisma-Reflektoren auf dem Mond installiert werden (Currie et al. 2013). Durch die Elimination der librationsbedingten Einschränkungen ist die Messung dann wieder durch die Genauigkeit der Observatorien begrenzt. Künftige Verbesserungen in der Hardware der Observatorien, z. B. eine kürzere Pulsdauer der Einzelpulse, würden sich dann direkt auf die LLR-Normalpunkte auswirken. Eine weitere Möglichkeit zur Genauigkeitssteigerung besteht im Absetzen von Lasertranspondern auf der Mondoberfläche. Damit ist der Signalverlust nur noch proportional zu 1/Abstand^2 (statt zur Zeit 1/Abstand^4) und auch die SLR-Stationen können dann Signale vom Mond empfangen. Der Einsatz eines Teils des weltweiten SLR-Netzes würde die terrestrische Abdeckung der LLR-Observatorien und auch die Menge an qualitativ hochwertigen LLR-Daten wesentlich verbessern.

Eine allgemeine Genauigkeitssteigerung um eine Größenordnung in den 1 mm-Bereich in Verbindung mit einer mm-genauen Analyse steigert auch die Genauigkeit der mit LLR bestimmbaren Parameter (z. B. $\dot{G}/G$ um einen Faktor von 15 innerhalb einer Dekade, Hofmann et al. 2014b). Damit hat LLR das Potenzial, in Zukunft die Gültigkeit der Einstein'schen Theorie in noch engeren Grenzen zu überprüfen.

Dank

Die LLR Daten werden gesammelt, archiviert und verteilt unter der Schirmherrschaft des Internationalen Laser Ranging Service (ILRS), Pearlman (2002). Wir danken dem Personal aller beteiligten LLR-Stationen für mehr als 45 Jahre an LLR-Daten. Teile der Arbeit wurden durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft in der Forschergruppe FOR1503 »Space-Time Reference Systems for Monitoring Global Change and for Precise Navigation in Space« sowie FOR584 »Earth Rotation and global dynamic processes« finanziert.

Literatur

Aaboe, A., Britton, J.P., Henderson, J.A., Neugebauer, O., Sachs, A.J.: Saros Cycle Dates and Related Babylonian Astronomical Texts. Transactions of the American Philosophical Society 81, No. 6, p. 1–75, 1991.

Adelberger, E.G.: New tests of Einstein's equivalence principle and Newton's inverse-square law. Classical and Quantum Gravity 18, p. 2397–2405, 2001.

Bertotti, B., Iess, L., Tortora, P.: A test of general relativity using radio links with the Cassini spacecraft. Nature 425, 374–376, 2013.

Biskupek, L.: Bestimmung der Erdorientierung mit Lunar Laser Ranging. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, 742, München, 2015.

Capitaine, N., Wallace, P.T.: High precision methods for locating the celestial intermediate pole and origin. Astronomy and Astrophysics 450, p. 855–872, 2006.

Currie, D.G., Dell'Agnello, S., Delle Monache, G.O., Behr, B., Williams, J.G.: A Lunar Laser Ranging Retroreflector Array for the 21st Century. Nuclear Physics B, 243–244, S. 218–228, 2013.

de Sitter, W.: On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequence. Second paper, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 77, p. 155–184, 1916.

Einstein, A.: Zur allgemeinen Relativitätstheorie. Preußische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte, Teil 2, S. 778–786, 799–801, 1915.

Fukushima, T.: A New Precession Formula. The Astronomical Journal 126, p. 494–534, 2003.

Gutzwiller, M.C.: Moon-Earth-Sun: The oldest three-body problem. Review of Modern Physics 70, p. 589, 1998.

Hofmann, F., Müller, J., Biskupek, L., Currie, D.: Benefit of the next generation corner cubes for Lunar Laser Ranging analysis. Poster, EGU 2014, Wien, 27.04.–02.05.2014. http://presentations.copernicus.org/EGU2014-3299_presentation.pdf, 2014b.

Hofmann, F., Müller, J., Biskupek, L., Mai, E., Torre, J.M.: Lunar Laser Ranging – What is it Good for? Proceedings of the 18th International Workshop on Laser Ranging, Fujiyoshida, Japan, 11.–15. November 2013, p. 13-0402. http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw18/docs/papers/Session9/13-04-02-MuellerJM.pdf, 2014a.

Mathews, P.M., Herring, T.A., Buffett, B.A.: Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth and insights into the Earth's interior. Journal of Geophysical Research 107, 10.1029/2001JB000390, 2002.

Müller, J.: Analyse von Lasermessungen zum Mond im Rahmen einer post-Newton'schen Theorie. Dissertation, Technische Universität München. Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C, Nr. 383, 1991.

Müller, J., Biskupek, L., Hofmann, F.: Earth Orientation and Relativity Parameters determined from LLR Data. Proceedings of the 19th International Workshop on Laser Ranging, Abstract Nr. 3033. Online veröffentlicht auf http://cddis.gsfc.nasa.gov/lw19/Program/index.html, 2015.

Müller, J., Biskupek, L., Hofmann, F., Mai, E.: Lunar Laser Ranging and Relativity. In: Kopeikin, S.M. (Hrsg.): Frontiers of Relativistic Celestial Mechanics, Bd. 2: Application and Experiments, Walter de Gruyter, Berlin, p. 103–156, 2014a.

Müller, J., Hofmann, F., Biskupek, L.: Testing various facets of the equivalence principle using lunar laser ranging. Classical and Quantum Gravity 29, p. 184006, 2012.

Müller, J., Hofmann, F., Fang, X., Biskupek, L.: Lunar Laser Ranging: Recent Results based on Refined Modelling. In: Earth on the Egde: Science for a Sustainable Planet, Proceedings of the IAG General Assembly, Melbourne, Australia, 28.06.–02.07.2011, 2014b.

Müller, J., Nordtvedt, K., Vokrouhlický, D.: Improved constraint on the PPN parameter from lunar motion. Physical Review D 54, p. 5927, 1996.

Müller, J., Soffel, M., Klioner, S.: Geodesy and Relativity. Journal of Geodesy 82, Nr. 3, p. 133–145, 2008.

Murphy, T.W.: Lunar laser ranging: the millimeter challenge. Reports on Progress in Physics 76, p. 076901, 2013.

Murphy, T.W., Adelberger, E.G., Battat, J.B.R., Carey, L.N., Hoyle, C.D., LeBlanc, P., Michelsen, E.L., Nordtvedt, K., Orin, A.E., Strasburg, J.D., Stubbs, C.W., Swanson, H.E., Williams, E.: The Apache Point Observatory Lunar Laser-ranging Operation: Instrument Description and First Detections. Publications of the Astronomical Society of the Pacific 120, p. 20–37, 2008.

Newton, I.: Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. The Royal Society, London, 1687.

Nordtvedt, K.: Equivalence Principle for Massive Bodies. I. Phenomenology. Physical Review 169, S. 1014–1016, 1968.

Nordtvedt, K.: Lunar Laser Ranging – a comprehensive probe of post-Newtonian gravity. arXiv:gr-qc/0301024, 2003.

Pearlman, M.R., Degnan, J.J., Bosworth, J.M.: The Inernational Laser Ranging Service. Advances in Space Research 30, p. 135–143, 2002.

Petit, G., Luzum, B. (Hrsg.): IERS Conventions 2010. Nr. 36 in IERS Technical Note, Verlag des Bundesamtes für Kartographie und Geodäsie, Frankfurt am Main, 2010.

Rambaux, N., Williams, J.G.: The Moon's physical librations and determination of their free modes. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy 109, p. 85–100, 2011.

Sanders, A.J., Gillies, G.T., Schmutzer, E.: Implications upon theory discrimination of an accurate measurement of the time rate of change of the gravitational parameter and other cosmological parameters. Annalen der Physik 522, Nr. 12, p. 861–873, 2010.

Soffel, M.: 100 Jahre Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie: Tests und Anwendungen, zfv – Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement, 140. Jg., S. 185, 2015.

Soffel, M., Klioner, S., Müller, J., Biskupek, L.: Gravitomagnetism and lunar laser ranging. Physical Review D 78, p. 024033, 2008.

Steinhardt, P.J., Wesley, D.: Exploring extra dimensions through observational tests of dark energy and varying Newton's constant. arXiv 1003.2815, 2010.

Torre, J.M.: Observatoire de la Côte d'Azur. Persönliche Kommunikation, 2015.

Wagner, T.A., Schlamminger, S., Gundlach, J.H., Adelberger, E.G.: Torsion-balance tests of the weak equivalence principle. Classical and Quantum Gravity 29, p. 184002, 2012.

Will, C.M.: Theory and Experiment in Gravitational Physics. Cambridge University Press, England, 2. Aufl. 1993.

Williams, J.G.: Contributions to the Earth's obliquity rate, precession, and nutation. The Astronomical Journal 108, p. 711–724, 1994.

Anschrift der Autoren
Dipl.-Ing. Franz Hofmann
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Müller
Dr.-Ing. Liliane Biskupek
Leibniz Universität Hannover, Institut für Erdmessung
Schneiderberg 50, 30167 Hannover
hofmann@ife.uni-hannover.de

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter www.geodaesie.info.