

Eine frühe Lotabweichungsbestimmung auf dem Brocken

Peter Brosche und Bernhard Heckmann

Zusammenfassung

Wir erinnern kurz an die Geschichte des Begriffs und der Messung von Lotabweichungen. Dafür benutzen wir einen zeitgenössischen Bericht von Georg Christoph Lichtenberg, der u.a. die französische Expedition in die Anden (1735–1744) und die Resultate von Nevil Maskelyne in Schottland (1774) behandelt. Der hauptsächliche Gegenstand unserer Arbeit besteht in der Untersuchung einer frühen – möglicherweise der ersten – Lotabweichungsbestimmung im kontinentalen Europa.

Gauß vermutete 1823, dass ein Unterschied von $10''$ der astronomischen Breite des Brocken von Zach 1803 und der von ihm gefundenen geodätischen Breite durch die Lotabweichung des nach Norden abfallenden Gebirgsmassivs verursacht sein könnte. Wir haben diese Vermutung anhand von späteren astro-geodätischen Messungen geprüft und die Lotabweichung in der angegebenen Größe bestätigt.

Summary

We recall briefly the early history of the notion and the measurement of vertical deflections. For this purpose we also use the contemporary report of Georg Christoph Lichtenberg, covering the efforts of the French expedition into the Andes (1735–1744) and the results of Nevil Maskelyne in Scotland (1774). The main topic of the present paper is the investigation of an early determination of the vertical deflection in continental Europe – probably the first there.

When Gauß obtained a geodetic latitude of the Mt. Brocken (Hercynia) within his triangulation in 1823, he recognized a difference of $10''$ to Zach's value of the astronomical latitude (1803). He thought that a deflection of the vertical was causing it. We proved that conjecture with help of later astronomic-geodetic measurements and confirmed the vertical deflection nearly exact within the supposed value.

Schlüsselwörter: Lotabweichung, Brocken, Astro-Geodäsie um 1800, C. F. Gauß, F. X. von Zach

1 Einleitung

Bereits Newton zog aus seinem Gravitationsgesetz (Newton 1687) den Schluss, dass die Unregelmäßigkeiten der Erdoberfläche die Richtung des Lots beeinflussen müssen. Nach diesem Gesetz erfährt eine punktförmige Masse m durch eine andere Masse M eine Beschleunigung von der Größe GM/R^2 , wobei R der Abstand und G die Gravitations-Konstante ist. Für ausgedehnte Körper ist deren Gesamtwirkung durch Integration zu finden. Newton hat dies für Körper mit kugelsymmetrischer Massenverteilung geleistet, nämlich gezeigt, dass sie im Außenraum wie eine Punktmasse im Zentrum wirken.

Denken wir uns also eine homogene Kugel vom Radius R und der Masse M der Erde und eine zweite von gleicher Dichte, aber einem kleinen Radius r und Masse m , die einen Berg vertreten soll.

Die Beschleunigungen zur Mitte der Kugeln hin, also GM/R^2 und GM/r^2 , stehen bei einem Beobachter am »Bauch« des Berges senkrecht aufeinander und verhalten sich wie

$$\frac{m}{r^2} \cdot \frac{M}{R^2},$$

d.h. bei gleicher Dichte wie $r : R$. Demnach ist die Änderung λ der Lotrichtung dann durch $\text{arc } \lambda \approx r/R$ gegeben.

Nun ist eine kleine Kugel auf der festen Erdoberfläche eine etwas bizarre Näherung für einen Berg. Newton selbst hat eine bessere Näherung angegeben, die noch keine neue Integration erfordert: eine Halbkugel (Newton 1731; zitiert von Zach 1810, S. 301; siehe auch Kertz 1999, S. 65). Für sie hat er die Größenordnung des Effekts angegeben: unter 2 Bogenminuten für einen »Berg« von 3 Meilen Radius (Abb. 1).

Nay, whole mountains will not be sufficient to produce any sensible effect. A mountain of an hemispherical figure, three miles high, and six broad, will not, by its attraction, draw the pendulum 2 minutes out of the true perpendicular: And it is only in the great bodies of the Planets that these forces are to be perceived,

Abb. 1: Die Abschätzung von Newton (1731) für die Lotabweichung durch einen Berg

Wie er darauf kam, lässt sich leicht erschließen: Die Beschleunigungen durch die zwei Hälften einer (horizontal geschnittenen) Kugel am Ort B lassen sich in Horizontal- und Vertikalkomponenten zerlegen (Abb. 2a und 2b).

Die Teilbeschleunigungen der oberen Halbkugel (H) – blaue Vektoren – und der unteren Halbkugel (T) – rote Vektoren – liegen symmetrisch zum Schnittkreis. Die horizontalen Teilbeschleunigungen sind gleich und müssen zusammen den Wert der ganzen Kugel (schwarzer Vektor) ergeben. Die horizontale Beschleunigung am Fuße des Berges ist also die Hälfte derjenigen der ganzen Kugel, d.h. $\text{arc } \lambda \approx r/(2R)$. Für einen großen »Berg« mit $r/R = 1/1000$ würden wir daher die Schätzung $\lambda \approx 100''$ erhalten und für ein Mittelgebirge ($r/R \approx 1/10000$) $\lambda \approx 10''$. Für die im Newton'schen Text von 1731 (Abb. 1) genannte Bergdimension mit $r = 3$ (Land-)Meilen ergibt sich bei einem

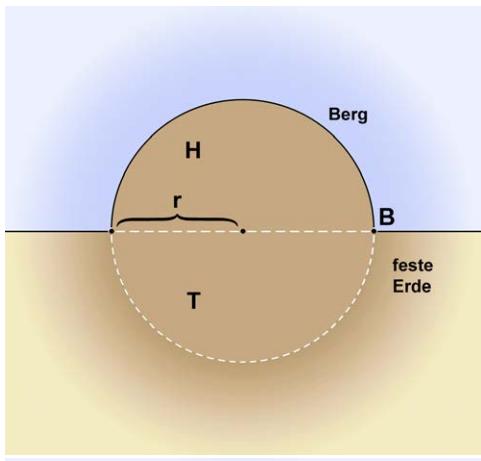


Abb. 2a:
Der »Newton-Berg«

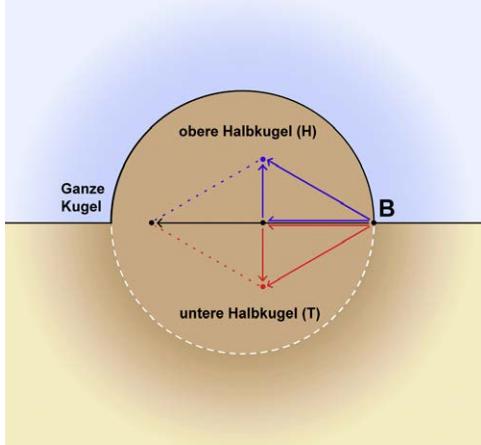


Abb. 2b:
Gravitations-
Beschleuni-
gungen am
»Newton-
Berg«

Erdradius von $R = 6.370$ km bzw. 3.960 Meilen eine Lotablenkung λ von konkret $78''$ bzw. $1.^{\circ}3'$.

Obwohl die Messgenauigkeit im 18. Jahrhundert durchaus die Messung solcher Winkel erlaubt hätte, war die Situation doch viel schwieriger, weil ja von einer direkten Messung gar keine Rede sein konnte: Ein Berg war nicht mal eben wegzuhaben, wie in Cavendishs Labor eine Masse bei der Michell'schen Torsions-Gravitations-Waage (Cavendish 1798 – siehe dazu Wolf 1890, S. 472 ff., und Kertz 1999, S. 136). Nur ein hybrides Verfahren war möglich: Man nahm einen möglichst isolierten Berg und fixierte die Lotrichtung in seiner Nähe und in einiger Entfernung von ihm astrometrisch, im Prinzip also durch Länge und Breiten. Erstere waren aber aus den bekannten Gründen zu ungenau und so blieb es bei Breitenmessungen und dem Einfluss der Lotabweichung auf diese, somit praktisch bei einem nord-südlichen Messprofil über einen Berg oder über eine »Kante« hin, mit Anfang und Ende in hinreichendem Abstand. Terrestrische (d.h. geodätische) Messungen der linearen Abstände zwischen diesen erlaubten dann eine Art Interpolation, um die ohne Lotabweichung am Berg zu erwartenden Breiten zu berechnen und mit den beobachteten zu vergleichen.

Der Sachverhalt wurde hier bewusst vereinfacht und unscharf beschrieben, so wie er eben im 18. Jahrhundert und an der Wende zum 19. Jahrhundert aufgefasst wurde und werden konnte. Die Entwicklung der verschiedenen Näherungen für die Äquipotenzialfläche der großkaligen Strukturen im Gravitationsfeld der Erde – von der Kugel

über das Ellipsoid zum Geoid – kann und soll hier nicht dargestellt werden.

Viel angemessener ist es, für jene Zeit zwischen Newton und den hier gleich zu besprechenden Beobachtungen am Anfang des 19. Jahrhunderts einen Zeitgenossen sprechen zu lassen, nämlich den Göttinger Physiker und Astronomen Georg Christoph Lichtenberg (1742–1799) (Lichtenberg 1777):

»Seitdem die französischen Akademisten vor etwa 40 Jahren in Peru Beobachtungen über die anziehende Kraft der Berge angestellt haben, hat man, unsers Wissens, nicht wieder an ein nöthiges ähnliches Unternehmen, weder in Frankreich noch England gedacht. [...] Den Deutschen wird man eine Nachlässigkeit hierin verzeihen, denn die nöthige Unterstützung und die nöthigen Berge finden sich nicht immer beisammen. Desto angenehmer ist es uns daher, auch hier anzugeben, daß durch die reichliche Unterstützung unsers gnädigsten Königs, und den Eifer der Londonschen Soc. der Wissenschaft, diese wichtigen Beobachtungen zum erstenmal in Europa, und überhaupt zum erstenmal mit nöthiger Genauigkeit sind angestellt worden. Unter allen Bergen von Großbritannien traf, nach sorgfältiger Wahl, endlich die Ehre zu diesem Versuch zu dienen, den Berg Schehallien in Perthshire, fast in der Mitte von Schottland. Er ist nicht allein sehr hoch, und daher seine Spitze meistens mit Wolken bedeckt, welches ihm den Namen Schehallien, das im Ersischen [Gälischen] so viel als beständiger Sturm bedeutet, zugezogen hat, sondern ist auch von andern Bergen ziemlich abgesondert, erstreckt sich ferner mehr von Osten nach Westen, als von Süden nach Norden, und was ihm endlich selbst einen Vorzug vor dem Chimboräço in diesem Stück giebt, er ist nichts weniger als ein lockerer ausgebrannter Vulkan, sondern ein fast solider Felsen. Im Junius 1774, begab sich Hr. Maskelyne, den man zur Beobachtung ausersehen hatte, dahin mit einigen Gehülfen und den nöthigen Instrumenten, unter denen ein Zenith-Sektor von 10 Fuß mit einem achromatischen Fernrohr das hauptsächlichste war. Während als Hr. Maskelyne auf der Süd- und Nordseite des Berges beschäftigt war, die Sterne um das Zenith zu beobachten, massen seine Gehülfen eine Standlinie, um den Unterschied der Polhöhen beyder Stationen des Hrn. Maskelyne daraus herzuleiten. Ferner bestimmten sie aus verschiedenen Sektionen des Berges, dessen Figur und Dimensionen, um künftig daraus seine Masse zu schliessen. Aus einer Menge Beobachtungen fand sichs, daß die Summe der beyden Winkel, um welche der Berg das Pendel des Sektors in den beyden Stationen von der Verticallinie abgezogen hatte, $11.^{\circ}6$ betrug. Der Zug des Bergs verrückte also das Pendel um $5.^{\circ}8$ oder beynah um 6 Sekunden. Nimmt man an, die Dichtigkeit des Berges wäre der mittleren Dichtigkeit der Erde gleich gewesen, und berechnet übrigens nach Newtonschen Grundsätzen

und einer beyläufigen Schätzung der Masse des Berges, seine Zugkraft, so findet man einen noch einmal so großen Winkel, woraus man schliessen sollte, die mittlere Dichtigkeit der Erde sey doppelt so groß, als die Dichtigkeit des Berges. Doch dieses wird erst mit Gewiheit ausgemacht werden können, wenn man die Solidität des Berges genauer wird bestimmt haben.«

Wie man sieht, wurde natürlich an den Einfluss der Dichte der Berge gedacht. Die Frage der Dichte des Untergrundes hingegen kam erst später auf.

Zwar hatten Bouguer und La Condamine 1742 um den Chimborazo in Peru Messungen angestellt (Wolf 1892, § 371, S. 90 ff.), die mit einigen Annahmen eine eher kleine Lotabweichung von 8" an einer Station erbrachten. Aber erst unter dem Eindruck der ebenfalls unauffälligen Schweremessungen beim Himalaya von Colonel G. Everest (durchgeführt von 1830 bis 1847) kamen der britische Astronom G.B. Airy (1801–1892) und der britische Mathematiker J.H. Pratt (1809–1871) zu der Auffassung eines Ausgleichs oberirdischer Massen durch geringere Dichten darunter, sodass im Idealfall ein Schwimmgleichgewicht besteht (Heiskanen und Vening Meinesz 1958). Für diesen Sachverhalt führte der amerikanische Geologe C.E. Dutton 1889 das Wort »Isostasie« ein, wobei der betreffende Fachbeitrag erst 1892 publiziert wurde (Dutton 1892, Zitat nach Prey et al. 1922, S. 258 Fußnote 2).

2 Astronomische Messungen auf dem Brocken durch Franz Xaver von Zach

Diese Erkenntnisse lagen also im ersten Drittel des 19. Jahrhunderts – mit dem wir im Folgenden zu tun haben – noch nicht vor. Immerhin wussten Astronomen und Geodäten, dass sie mit Lotabweichungen der Größenordnung 10" zu rechnen hatten, es aber andererseits aufwendig und schwierig war, sie nachzuweisen.

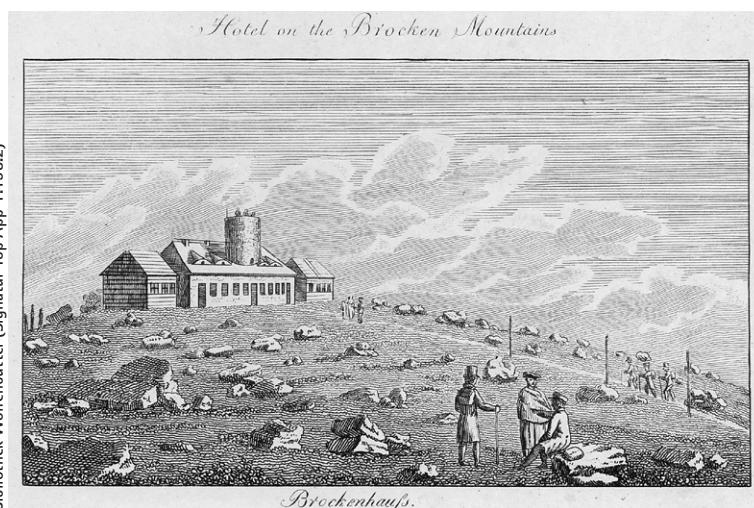


Abb. 3: Das alte Brockenhaus mit zentralem Turm (Gauß' Bezugsort) und Seitengebäuden (links Zachs Beobachtungsort) aus südöstlicher Richtung betrachtet

In diese Zeit fallen

1. die von Zach im Rahmen einer Vermessung von Thüringen angestrebte mitteleuropäische Gradmessung, die wegen der napoleonischen Kriege abgebrochen werden musste (1803–1807);
2. die Triangulierung von Hannover, Braunschweig und Lüneburg durch Gauß, die auch als »Hannoversche Gradmessung« bezeichnet wird. Sie dauerte von der Beauftragung durch König Georg IV. im Mai 1820 bis 1823, soweit sie die Messungen betraf; die Reduktionen beschäftigten Gauß bis 1845 (Michling 1982).

Bei Zachs Vorgehen spielte der ja auch buchstäblich herausragende Brocken eine ebensolche Rolle, d.h. seine Koordinaten sollten im August 1803 mit besonderer Genauigkeit bestimmt werden (Zach 1804b). Der relativen Längenbestimmung dienten Beobachtungen von Pulverblitzen, die – unter Mitwirkung von Gauß – nach einem präzisen Schema über mehrere Wochen hin gezündet wurden. Die Breite wurde genauso wie die der Seeberg-Sternwarte (Zach 1804a, S. 26) durch zahlreiche Beobachtungen der Sonne und des Sterns Atair (α Aquilae) festgelegt (Zach 1804b, S. 202 ff.).

Zachs Endresultat war $\Phi = +51^\circ 48' 11.''65$. Übrigens sollte es sich auf das Brockenhaus beziehen, das natürlich nicht mit seiner Beobachtungsstelle identisch war. Vielmehr handelte es sich um einen modifizierten kleinen Stall. Dieser kann jedoch nicht das sogenannte »Wolkenhäuschen« – das erste Gebäude auf dem Gipfel – gewesen sein, denn letzteres lag ca. 100 m nördlich vom Brockenhaus. Weder hätte Zach seinen Standort so gewählt, dass die Kamme des Brockenhauses seine Beobachtungsrichtung – den südlichen Meridian in einem Zenitwinkel-Sektor zwischen 35° und 45° – beeinflussen konnten, noch hätte Gauß eine Breitendifferenz von 3" für unbeachtlich gehalten. Vielmehr wird es sich um einen der zwei Nebenbauten des alten Brockenhauses gehandelt haben, die in unserer Abb. 3 besonders deutlich zu sehen sind.

Da sich das Brockenhaus in nord-südlicher Richtung erstreckte, und zwar mit dem Eingang und dem Turm nach der Ostseite, muss Zach aus den genannten Gründen den südlichen Annex gewählt haben, auf der Abb. 3 links vom Haupthaus zu erkennen. Wir werden später noch sehen, dass der bei den Messungen zeitweise anwesende Gauß dies insofern bestätigt, als er sagt: »... dass Zachs Beobachtungsplatz noch etwas südlich von Thurme war.« (Gauß 1823).

Zwar wusste Zach noch nicht, dass zwei Jahrzehnte später der Turm des Hauses Gauß' Theodolitstandpunkt in der Triangulierung werden würde. Dennoch erwartete man eigentlich eine genauere Angabe seines Messpunktes. Dabei ist aber daran zu erinnern, dass die Zach'schen Messungen im Auftrag des preußischen Königs und des Gothaer Herzogs geschahen.

Die Dokumentation der terrestrischen Gegebenheiten hat Zach auch sonst offenbar dem Bericht an seine Auftraggeber vorbehalten, die eine spätere Publikation genehmigen sollten. Wegen der Kriegsereignisse kam die Gradmessung nicht zu einem Abschluss und die vollständige Veröffentlichung selbst der Teilergebnisse unterblieb. Es ist zu vermuten, dass auch diese Unterlagen mit vielen anderen des preußischen Generalstabs im letzten Krieg vernichtet worden sind.

Wir diskutieren nachfolgend die wichtigsten heute nachprüfbaren Fehler der damaligen Messungen, nicht mit dem Ziel, ein noch schöneres Ergebnis zu erhalten, sondern primär um nachzuweisen, dass das damalige Ergebnis kein Zufallsresultat war. Nur um Rundungsfehler zu vermeiden, geben wir im Folgenden meist zwei Stellen nach dem Komma an.

Zunächst versuchen wir, den Breitenunterschied zwischen Zachs Beobachtungsstandpunkt von 1803 und Gauß' Beobachtungsstandpunkt auf dem Brockenturm, d.h. deren Abstand in Süd-Nord-Richtung, genauer zu rekonstruieren. H. Michling zitiert in einem Aufsatz über die Hartmann'sche Harztriangulation 1833 (Michling 1990) ausführlich aus dem Gottschalck'schen Taschenbuch für Reisende in den Harz (Gottschalck 1833):

»Auf der höchsten Stelle des Brocken liegt das Wirthshaus, wahrscheinlich in Deutschland das einzige in der Höhe, das auch im Winter bewohnt wird. Es wurde im Jahre 1800 von dem 1824 gestorbenen Grafen Christian Friedrich zu Stolberg-Wernigerode erbaut, kehrt die Vorderseite nach Morgen (d.h. nach Osten), ist 130 Fuß lang und 30 Fuß tief.

Seine Mauern sind 5 Fuß stark, und aus der Mitte des Gebäudes steigt eine thurmähnliche, 33 Fuß hohe Warte über das Dach, zum ungehinderten Genusse der Aussicht.«

Da der Brocken zur halb-souveränen Grafschaft Stolberg-Wernigerode gehörte, galt auf deren Territorium für Bauten der wernigerödische Werk-Fuß. Dieser hatte eine Länge von 11/12 des bekannten rheinländischen Fußes (Schröder 1790), also 0,2877 m. Nach diesen Maßangaben wäre das alte Brockenhaus 37,4 m lang gewesen.

Im »Plan des Brocken und Umgebung« (siehe C. W. von Oesfeld 1834) ist ein Grund- und Aufriss des Brockenhauses enthalten, in dem als Maßstab unmittelbar rheinländische Ruten angegeben sind (1 rh. Rute = 3,766 242 m). Danach war das eigentliche Haus 9,6 rh. Ruten bzw. 36,2 m lang, was 126 wernigerödischen Werk-Fuß entspricht und die Beschreibung im Gottschalck'schen Taschenbuch von 1833 somit hinreichend bestätigt.

Im Grundriss von 1834 sind sowohl der Turm als auch die Nebengebäude (Ställe) maßstäblich dargestellt. Daraus entnehmen wir für den vermuteten Zach'schen Beobachtungsstandpunkt im Vorgängerbau des südlichen Stalls einen Abstand von 25 m zur Mitte des genau nördlich liegenden Turmes, was einen Breitenunterschied von 0."81 ergibt.

Als nächstes wenden wir uns der Analyse des Zach'schen Beobachtungsmaterials zu. Bemerkenswert ist die ausführliche Dokumentation, wodurch eine Abschätzung der zufälligen bzw. »inneren« Fehler ermöglicht wird. Es handelt sich um 340 Sonnenbeobachtungen an zehn Tagen und 188 Atair-Beobachtungen an sechs Tagen, die allesamt im Zeitraum vom 13. bis 30. August 1803 ausgeführt wurden.

Aus den Tagesmitteln und der Anzahl der Beobachtungen pro Tag lassen sich folgende Streuungen einer Einzelbeobachtung gewinnen:

für die Sonne $\pm 4.^{\circ}3$,
für Atair $\pm 7.^{\circ}3$.

Diese Werte sind realistisch. Nach Zach (1804a, S. 439 f.) war sein Instrument ein Borda-Kreis von Lenoir mit einem Durchmesser von 18 cm und einer Teilung von 10', der durch einen Nonius auf 20" abgelesen werden konnte, wobei noch Schätzungen auf 10" oder sogar 5" möglich waren.

Das von Tobias Mayer (1723–1762) zuerst vorgeschlagene Multiplikationsprinzip für Winkelmessungen war von Borda verbessert worden; nach seinen Angaben baute Lenoir die nach Borda benannten Kreise. Sie kamen 1787 zum Einsatz und dann besonders bei der berühmten französischen Gradmessung von Dünkirchen bis Barcelona (Wolf 1892, § 344, S. 42 Note a, § 347, S. 46 Note c).

Zach führte 30 Repetitionen durch, im Einzelnen jedoch abweichende Anzahlen n (14 bis 40 bei Atair, 24 bis 54 bei der Sonne). Danach werden vier Ablesungen an vier Kreisstellen durchgeführt, und zwar mittels Vernier und Mikroskop (Zach verwendet den Ausdruck »Vernier«; Wolf (1892, § 337, S. 33 f.) legt großen Wert darauf, diesen und nicht »Nonius« zu gebrauchen).

Allerdings wird ja eigentlich eine Differenz »Richtung zum Himmelsobjekt gegen Lotrichtung« beobachtet. Letztere wurde durch »Niveaus« (Libellen) realisiert, wobei Zach die originalen von Lenoir durch bessere von dem Gothaer Mechaniker Schröder ausgetauscht hat (Lenoir hätte seine gar nicht selbst verfertigt, sondern bloß von wandernden italienischen Barometerhändlern gekauft; bei diesen Libellen verschwänden zuweilen Teile der Luftblase unsichtbar unter den Enden). Quantitäten gibt Zach nicht an. R. Wolf (Wolf 1892, § 323, S. 12) bringt das Beispiel des Zürcher Meridiankreises von 1879, bei dem eine Libelleneinteilung ca. 10" entsprach.

Der beim Stern größere Fehler als bei der Sonne darf nicht überraschen; erst bei genaueren Messungen kommt die punktförmige Natur des Sternbildes im Fernrohr zur Geltung. Bei den Zach'schen Messungen wird die nächtliche Ablesung diesen Fehler vergrößert haben. Immerhin ist beachtlich, dass die Mittelung den Fehler bedeutend reduzieren konnte, wenngleich nicht völlig gemäß den statistischen Erwartungen einer \sqrt{n} -Abhängigkeit.

Wenn man die Zach'schen Tagesmittel mit den gegebenen Anzahlen als Gewichte bearbeitet, erhält man für den Sekundanteil der astronomischen Breite

aus den Sonnenbeobachtungen $11.^{\circ}05 \pm 0.^{\circ}23$
und
aus den Atairbeobachtungen $12.^{\circ}35 \pm 0.^{\circ}53$.

Die Differenz hat nach den oben gegebenen Werten den mittleren Fehler $\pm 0.^{\circ}58$. Der Betrag der Differenz $1.^{\circ}3$ wird also bei einer Normalverteilung in 2,5 % der Fälle überschritten. Das ist ein Indiz für einen systematischen Unterschied. Mittelt man dennoch die beiden Gruppen mit Gewichten aus den beiden Streuungen (also Überwiegen der Sonnenwerte), so findet man

$$\Phi = +51^{\circ} 48' 11.^{\circ}26,$$

also eine Differenz von $0.^{\circ}39$ zum Zach'schen Wert.

Nach den zufälligen Fehlern möchten wir die wichtigsten der möglichen systematischen Fehler wenigstens genähert abschätzen. Dabei handelt es sich um die a priori-Werte der Deklinationen des Sterns und der Sonne, die Zach verwendet hat. Zach hat für die mittlere Deklination von Atair den Wert von Piazzi verwendet, also für Anfang 1800 (Zach 1804b)

$$+8^{\circ} 21' 4.^{\circ}7.$$

Einen modernen Vergleichswert auf der Basis des Fundamentalkatalogs 5 (FK5) hat freundlicherweise Herr Dr. Helmut Lenhardt (ZAH – Zentrum für Astronomie der Universität Heidelberg) berechnet, natürlich ebenfalls für die Epoche 1. Januar 1800:

$$\delta = +8^{\circ} 21' 2.^{\circ}08.$$

Demnach ist der von Zach benutzte Wert um $\Delta\delta = +2.^{\circ}62$ zu groß.

Für die Übertragung des Wertes von 1800 auf die Beobachtungsepoke musste Zach außer der gut bekannten Präzession und Nutation noch eine Eigenbewegung von Atair benutzen. Er schätzte diese aus den verfügbaren Werten sehr nahe an modernen Werten zu $+0.^{\circ}382$ /Jahr. Da er die Deklinationswerte zu den Beobachtungsepochen nicht angibt, können wir sie nicht kontrollieren, dürfen aber mit guten Gründen vermuten, dass diese Transformationen keine weiteren signifikanten Fehler enthalten haben.

Was die im Laufe des Jahres variierende Deklination der Sonne betrifft, so ist der bei weitem wichtigste Parameter zu ihrer Beschreibung die Schiefe der Ekliptik (genauer: die mittlere, also ohne Nutation). Deren Wert war bereits um 1800 sehr genau bekannt. Lindenau (1811) führt drei rezente Bestimmungen auf, die sich nur innerhalb einer Bogensekunde unterscheiden. Von dem nach heutiger Kenntnis (Explanatory Supplement 1992) besten Wert für 1800 weichen diese drei frühen Werte ebenfalls nur 1 bis 2 Bogensekunden ab.

Nehmen wir speziell den von Zach für die Epoche 1803 verwendeten Wert der Schiefe von

$$\varepsilon = 23^{\circ} 27' 55.^{\circ}09$$

(Zach 1804c, S. 21 und XXI: Obliquitas Eclipticae media Anni 1803) und vergleichen wir ihn mit einem heutigen Standard-Wert von

$$\varepsilon = 23^{\circ} 27' 53.^{\circ}70$$

(Expl.-Suppl. 1992), so erhalten wir die Differenz

$$\Delta\varepsilon \text{ (Zach-Modern)} = +1.^{\circ}39.$$

Sie bedeutet, dass Zachs Sonnendeklinationen im August 1803 etwas zu groß waren, nämlich (für einen Monat vor dem Herbst-Äquinoktium) um

$$\Delta\delta_{\odot} \text{ (Zach-Modern)} = +0.^{\circ}65.$$

Somit sind sowohl die von Zach benutzten Werte der Deklination von Atair als auch der Sonne etwas zu groß und die der damit abgeleiteten Breiten des Brockens ebenfalls. Die verbesserten Sekundenwerte für die Breite sind:

aus den Sonnenbeobachtungen

$$11.^{\circ}05 - 0.^{\circ}65 = 10.^{\circ}40 \pm 0.^{\circ}23,$$

aus den Atairbeobachtungen

$$12.^{\circ}35 - 2.^{\circ}62 = 9.^{\circ}73 \pm 0.^{\circ}53.$$

Das gewichtete Mittel ergibt eine verbesserte astronomische Breite von

$$\Phi = +51^{\circ} 48' 10.^{\circ}29.$$

Das von Zach benutzte einfache Mittel beider Bestimmungen ist folglich um $\Delta\Phi = +1.^{\circ}36$ zu groß. Hätte er die weiter oben beschriebene gewichtete Mittelung vorgenommen, wäre sein Resultat nur um $\Delta\Phi = +0.^{\circ}97$ zu groß gewesen.

Bemerkenswert ist, dass nach Einführung der verbesserten Deklinationen von Sonne und Atair die Differenz zwischen Zachs beiden Gruppenmitteln nur noch $0.^{\circ}67$ statt zuvor $1.^{\circ}30$ beträgt. Das deutet darauf hin, dass die Zach'schen Messungen zur Sonne und zum Atair besser übereinstimmten, als das ursprüngliche Resultat es vermuten ließ, und auch keine signifikanten systematischen Restfehler (mehr) enthalten.

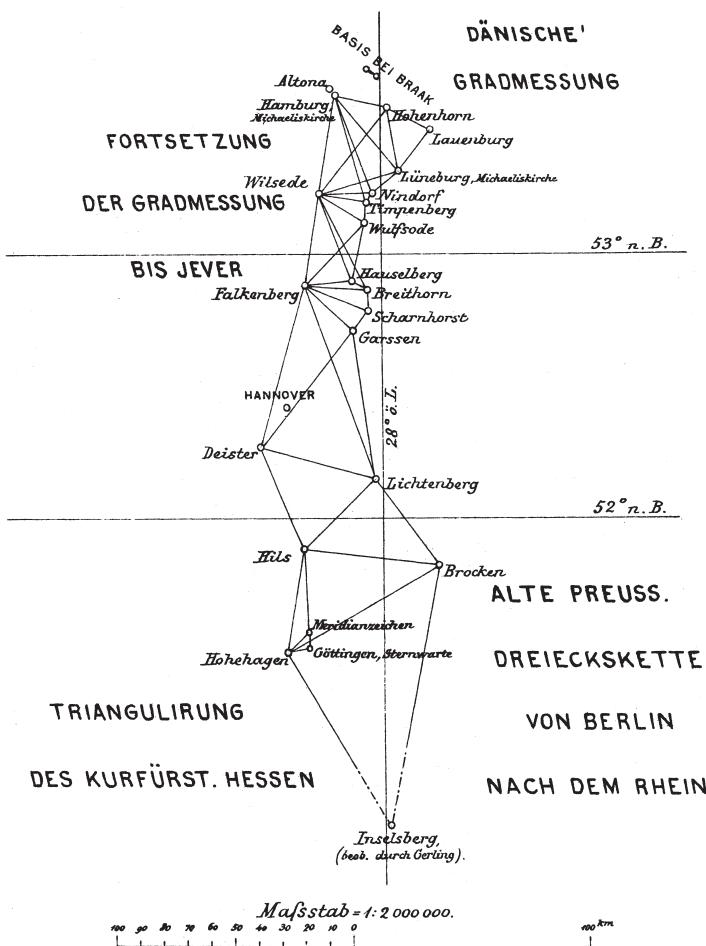
3 Die Lotabweichungsvermutung von Gauß

Nach den astronomischen Messungen von Zach kommen wir nun zur oben genannten Gauß'schen Triangulierung (Hannoversche Gradmessung) im Zeitraum von 1820 bis 1823 (siehe Abb. 4).

Auf diese geodätischen Messungen bezog sich Gauß in einem Brief an den Berliner Astronomen Bode vom 22.01.1823, den der in seinem Astronomischen Jahrbuch

Skizze 3.

Die Hannoversche Gradmessung.



Aus: Königlich Preußische Landestriangulation: Hauptdreiecke Band VI. Berlin 1894; Ausschnitt aus Skizze 3 »Die Hannoversche Gradmessung«

Abb. 4: Gauß'sches Triangulationsnetz von 1821/1823

für 1826 teilweise wiedergab (Gauß 1823). Darin heißt es unter anderem:

»Obgleich meine Triangulirung noch nicht vollendet ist, so kann ich doch dieselbe vermittelst des Anschlusses an die von Zachsche Basis schon vorläufig berechnen, und folgende geographische Bestimmungen werden schon alle Genauigkeit haben, die gewünscht werden kann. [Es folgen die geographischen bzw. geodätischen Breiten (B) und Längen (L) von 22 Punkten, darunter die Sternwarte Seeberg, die Göttinger Neue Sternwarte, der Brockenhausturm. Für letzteren gibt Gauß $B = +51^\circ 48' 2.7''$ an.] Alle diese Bestimmungen gehen von dem Platze des Reichenbachschen Meridiankreises in der Göttinger Sternwarte aus und zur Rechnung sind die von Wahlbeck gefundenen Dimensionen des Erd-Sphäroids zum Grunde gelegt. Bei der Breite des Brockenhauses weicht von Zachs astronomische Bestimmung um $10''$ ab (sein Beobachtungsplatz war noch etwas südlich vom Thurme), ob dies bloß in der Unvollkommenheit des von ihm

gebrauchten Lenoirschen Kreises seinen Grund habe, wie dieser geschickte Beobachter glaubt, lasse ich [Gauß – Anm. der Verfasser] dahin gestellt sein, ich möchte aber doch fast glauben, daß die große Menge von Harzgebirgen, welche noch südlich vom Brocken liegt, während in Norden sogleich das flache Land anfängt, einen Antheil daran hat, und es wäre gewiß interessant, wenn in Zukunft neue astronomische Beobachtungen mit einem vollkommeneren Instrument auf dem Brocken oder nördlich am Fuß desselben ange stellt würden.«

Die Gauß'schen Werte für die geodätische Breite B des Brockens und der Neuen Sternwarte in Göttingen waren

$$\begin{aligned} B \text{ (Brocken)} &= 51^\circ 48' 2.7'', \\ B \text{ (Göttingen)} &= \Phi \text{ (Göttingen)} = 51^\circ 31' 48.7'' \\ (\text{vorläufiger Wert von 1823}). \end{aligned}$$

Das von Gauß verwendete Rotationsellipsoid des finnischen Astronomen H.J. Walbeck (1793–1822) besitzt folgende 1819 publizierten Parameter:

$$\begin{aligned} \text{große Halbachse} &= 6\,376\,894.53 \text{ m}, \\ \text{kleine Halbachse} &= 6\,355\,833.38 \text{ m}, \\ \text{Abplattung } f &= (a - b)/a = 1 : 302.78. \end{aligned}$$

Der Reichenbach'sche Meridiankreis in der Neuen Sternwarte Göttingen diente als Fundamentalkpunkt der Gauß'schen Triangulation. Dort wurde die astronomisch bestimmte Breite Φ mit der geodätischen Breite B gleich und somit die Lotabweichung in der Breite (Lotabweichungskomponente ζ) zu Null gesetzt. Diese ursprüngliche geodätische Datumsfestlegung von Gauß bezeichnen wir im Folgenden mit »Göttingen Datum 1823 (Walbeck)«.

Zach und Gauß haben insofern auch keine »absolute« Lotabweichung für den Brocken gemessen, sondern die Differenz der Lotabweichungen zwischen dem Brocken und Göttingen im südlichen Harz-Vorland. Diese Differenz stellt das eigentliche, nahezu invariante Ergebnis dar. Der von Gauß 1823 ermittelte Betrag ist hinreichend groß gegen seinen Fehler (also hoch signifikant), was zur damaligen Zeit als Stütze für die Existenz dieses Effektes sehr wichtig war.

Die inneren Fehler der Gauß'schen Netzausgleichung waren von der Größenordnung einiger $0.^{\circ}01$. Die absoluten Werte seiner Breiten – und damit deren Fehler – beruhen auf der astronomischen Bestimmung der Breite der Göttinger Sternwarte.

Die von Zach ermittelte astronomische Breite seines Beobachtungsortes lautete

$$\Phi = 51^\circ 48' 11.^{\circ}65.$$

Gauß hat diesen ursprünglichen Wert wegen der exzentrischen Lage des Zach'schen Beobachtungsortes noch nach Norden korrigiert, vermutlich um einen geschätzten Betrag von 0."5 (Gauß 1828, Fußnote auf S. 49: »An einem Platze, der etwa 0,"5 südlicher liegt, als der Dreieckspunkt [von Gauß], fand dieser geschickte Beobachter [Zach] ...«). Danach ergibt sich für den Brockenturm Φ zu $51^\circ 48' 12."15$ und die Lotabweichungskomponente ξ zu rund 10" (rechnerisch exakt zu 9."45).

Zwischen 1822 und 1837 wurde von Christian Ludwig Gerling, einem Schüler von Gauß, die kurhessische Haupttriangulation aufgebaut (Gerling 1839). Sie beruht ebenfalls auf dem von Gauß festgelegten Göttingen Datum (Walbeck). Gerling hatte seine Arbeiten in enger Abstimmung mit seinem Lehrer durchgeführt und benutzte 1837 für seine definitive Berechnung einen verbesserten Breitenwert von

$$\Phi(\text{Göttingen}) = B(\text{Göttingen}) = 51^\circ 31' 47."85$$

(Gerling 1839),

den Gauß ihm selbst mitgeteilt hat und der um 0."85 kleiner ist als der vorläufige Wert von 1823 (siehe auch Gauß 1828, S. 49).

Wir bezeichnen dieses verbesserte geodätische Datum der kurhessischen Haupttriangulation zur Unterscheidung nachfolgend mit »Göttingen Datum 1837 (Walbeck)«. Es ist durch zahlreiche dauerhaft vermarkte Gerling'sche Dreieckspunkte bis in die heutige Zeit identitätssicher erhalten geblieben (Heckmann 2012) und dezimetergenau mit dem neueren Potsdam Datum (Bessel-Ellipsoid/Deutsches Hauptdreiecksnetz) sowie dem aktuellen ETRS89 (GRS80-Ellipsoid) verknüpft. Dadurch lassen sich auch später durchgeführte astronomisch-geodätische Messungen bzw. Lotabweichungsbestimmungen mit hinreichender Genauigkeit in das historische Göttingen Datum 1837 (Walbeck) zurück rechnen und authentisch mit diesen frühen Werten vergleichen. Hierüber wird an späterer Stelle (in Abschnitt 4) noch berichtet.

Gauß hielt zwei Jahrzehnte nach der Messung die Zach'schen astronomischen Werte für den Brocken immer noch für die besten, und das sicher nicht nur parrenomée, sondern weil Zach sein Vorgehen genau dokumentiert hatte und weil Gauß selbst bei den Messungen anwesend war. Daher ist auch seinem hier wiedergegebenen Verdacht auf eine Erklärung durch Lotabweichung besonderes Gewicht beizulegen.

Gaußens Hinweis auf Zachs Meinung über die Ursache der Differenz der beiden Breiten bedeutet nicht, dass Zach ihm diese Meinung direkt geschrieben hat. Vielmehr zeigt sich, dass Gauß ein aufmerksamer Leser von Zachs Genueser Correspondance astronomique war. In dieser gibt Zach einen Brief vom 7.12.1820 von seinem ehemaligen Messgehilfen und jetzigen General von Müffling wieder (Müffling 1820). Darin berichtet letzterer, dass er bei seinen Triangulationen einen etwas kleineren Wert als Zach gefunden hat (wie ja später auch Gauß), ohne allerdings

den Wert der Differenz anzugeben. Wie üblich, kommentiert Zach auch diesen in seinem Journal abgedruckten Brief ausführlich. Punkt (8) bezieht sich auf die Breite des Brockens. Zach verdächtigt am ehesten sein Instrument von Lenoir – einen Bordakreis – daran schuld zu sein. Müffling hatte an Unvollkommenheiten der Bürg'schen Refraktionstafel gedacht, was Zach aber nicht für wahrscheinlich hält.

Wie man aus Abb. 2 ersieht, ist die Änderung der Lotabweichung auf dem Gipfel eines symmetrischen Berges Null; der Effekt wird am deutlichsten am Fuße und auch an den Flanken sein. Dem widerspricht nicht, dass der hier betrachtete Brocken der höchste Berg des Harzes ist, denn er liegt innerhalb des gesamten Massivs exzentrisch auf der nördlichen Seite.

Der Verdacht von Gauß hat sich später vollkommen bestätigt. Das nord-südliche Profil der Lotabweichungen durch den Harz ist in der Geophysik geradezu ein Paradebeispiel für den Gebirgseinfluss – jedenfalls in der deutschen (Kertz 1995). Größenordnung und Vorzeichen der Lotabweichungen stimmen mit der Differenz Zach-Gauß überein, wie wir in Abschnitt 4 noch explizit sehen werden.

Der Gauß'sche Dreieckspunkt auf dem alten Brockenturm (Theodolitstandpunkt von 1821/1823) war 1830 zwar zerstört worden, doch seine Lage konnte 1849 durch Generalleutnant Johann Jacob Baeyer örtlich auf wenige Zentimeter genau rekonstruiert und später im heute noch existierenden geodätischen Bezugssystem Potsdam Datum/Deutsches Hauptdreiecksnetz/Bessel-Ellipsoid bestimmt werden. Alle danach auf dem Brocken eingerichteten Messungsstationen sind hinreichend genau mit diesem historischen Dreieckspunkt verknüpft, sodass man die dort erhaltenen Ergebnisse umrechnen (»zentrieren«) und mit den früheren Werten vergleichen kann (Königlich Preußische Landestriangulation 1894). Tab. 1 gibt eine Übersicht der für diese Abhandlung wichtigsten historischen Vermessungspunkte auf dem Brocken sowie des heutigen markanten Gipfelsteines mit ihren UTM-Koordinaten im ETRS89.

Alle vier angegebenen Punkte besitzen näherungsweise dieselbe Nord-Koordinate, sie liegen also ungefähr auf demselben Breitengrad. Der Gipfelstein befindet sich südlich der heutigen Bebauung in einem umgebenden Rondell. Begibt man sich auf seine Ostseite (genauer, 6 m östlich seines Zentrums) so befindet man sich ungefähr an Gauß' Beobachtungsort von 1821/1823. Von dort sind es noch ungefähr 25 m nach Süden bis zum Standort von Zachs Repetitionskreis im Jahr 1803.

Für die historischen Gauß'schen Vermessungspunkte in Göttingen und auf dem Brocken lassen sich heute geodätische Breitenwerte in verschiedenen Bezugssystemen angeben, siehe Tab. 2.

Die Koordinaten des Gauß'schen Dreieckspunktes von 1821/1823 – siehe (*) in Tab. 2 – auf dem alten Brockenturm im Göttingen Datum 1837 (Walbeck) wurden durch Neuausgleichung der ursprünglichen kurhessischen

Tab. 1: Die Lage früherer und heutiger Vermessungspunkte auf dem Brocken

Punkt	Ost (m)	Nord (m)
Alter Brockenthurm, Gauß'scher Standpunkt 1823	32 611 407	5 739 927
Steinpfeiler II der Europäischen Gradmessung	32 611 446	5 739 929
Preußisches Zentrum von 1880	32 611 426	5 739 928
Heutiger Gipfelstein	32 611 401	5 739 927

Tab. 2: Geodätische Breiten der Gauß'schen Vermessungspunkte Göttingen und Brocken

Bezugssystem/ Ellipsoid	Geodätische Breite B		ΔB
	Neue Sternwarte Göttingen, Reichenbach'scher Meridiankreis	Alter Brocken- thurm, Theodolitstand- punkt 1821/1823	Brocken – Göttingen
ETRS89 / GRS80	51° 31' 42."94	51° 47' 56."71	16' 13."77
Potsdam Datum / Bessel	51° 31' 47."67	51° 48' 1."54	16' 13."87
Göttingen Datum 1823 / Walbeck	51° 31' 48."70	51° 48' 2."70	16' 14."00
Göttingen Datum 1837 / Walbeck	51° 31' 47."85	51° 48' 1."84 (*)	16' 13."99

Tab. 3: Ergebnisse der Lotabweichungsbestimmung von Gauß und Zach für den Brocken

Station: Alter Brockenthurm	Ursprüngliche Ergebnisse
Astronomisch bestimmte Breite Φ (Ursprünglicher Wert Zach von 1803 – unzentriert)	51° 48' 11."65
Astronomisch bestimmte Breite Φ (Ursprünglicher Wert Zach von 1803 – zentriert mit Gauß' Schätzwert +0."5)	51° 48' 12."15
Geodätische Breite B im ursprünglichen Göttingen Datum 1823 (Walbeck)	51° 48' 2."70
Lotabweichungskomponente $\zeta = \Phi - B$ (Ursprünglicher Wert Gauß von 1823)	+9."45 (gerundet 9."5)
Verbesserte Ergebnisse	
Astronomisch bestimmte Breite Φ (Verbesserter Wert – unzentriert)	51° 48' 10."29
Astronomisch bestimmte Breite Φ (Verbesserter Wert – zentriert mit dem neu abgeleiteten Betrag +0."81)	51° 48' 11."10
Geodätische Breite B im verbesserten Göttingen Datum 1837 (Walbeck)	51° 48' 1."84
Lotabweichungskomponente $\zeta = \Phi - B$ (Verbesserter Wert)	+9."26

Winkelmessungen I. und II. Klasse ermittelte (publiziert in Gerling 1839). Der Unterschied zu dem von Gauß 1823 angegeben Wert von 0."86 beruht im Wesentlichen auf der bereits erwähnten Verbesserung der Bezugsbreite in Göttingen um 0."85.

Die verbesserte Bezugsbreite von Göttingen im Göttingen Datum 1837 (Walbeck-Ellipsoid) stimmt übrigens sehr gut mit der geodätischen Breite im Potsdam Datum des Deutschen Hauptdreiecksnetzes (Bessel-Ellipsoid) überein, die Abweichung beträgt lediglich 0."18.

Dessen ungeachtet zeigen die verschiedenen geodätischen Breitenwerte B auch, dass die Größe und der Betrag der Lotabweichungskomponente $\Phi - B = \zeta$ unmittelbar von der Wahl des geodätischen Datums abhängt, weil die astronomische Breite Φ als hinreichend invariant angenommen werden kann.

Ein Blick auf die geodätische Breitendifferenz ΔB zwischen Brocken und Göttingen zeigt, dass der Unterschied zwischen dem modernen ETRS89/GRS80 und dem historischen Göttingen Datum 1837 (Walbeck) lediglich 0."22 beträgt. Demzufolge kann die Lotabweichungsdifferenz $\Delta \zeta$ zwischen Brocken und Göttingen durch die Verwendung unterschiedlicher geodätischer Bezugsysteme auch nur um diese Größe differieren.

Aus den bisherigen Untersuchungen werden in Tab. 3 die wesentlichsten Ergebnisse zusammengestellt.

Der nach heutigen Erkenntnissen aus den Zach'schen Beobachtungen bestmöglich ableitbare Lotabweichungsbetrag ζ von 9."26 im Göttingen Datum 1837 (Walbeck) weicht vom ursprünglichen Gauß'schen Wert von 1823 demnach um weniger als 0."30 ab, was angesichts der dargestellten Ungenauigkeiten und Fehlereinflüsse allerdings als glücklicher Zufall angesehen werden muss.

4 Vergleich mit späteren Lotabweichungsbestimmungen

Schließlich können wir den Wert der Lotabweichungskomponente ζ , der durch die originalen Werte von Gauß und Zach zu $+9.^{\circ}5$ (bzw. nach Verwendung verbesserter Ausgangsdaten zu $+9.^{\circ}26$) folgt, mit neueren vergleichen.

Zum einen wurden auf dem Brocken um 1870 im Rahmen der Europäischen Gradmessung (1867–1876) astronomische Beobachtungen auf dem sog. Steinpfeiler II durchgeführt (Das Hessische Dreiecksnetz 1882). Für diese heute nicht mehr existierende Station konnte die geodätische Breite im Potsdam Datum (Bessel) und im Göttingen Datum 1837 (Walbeck) im Nachhinein ermittelt werden, sodass sich für die Lotabweichungen die Werte gemäß Tab. 4 ergaben.

Nach Wolf (1957) beträgt die Lotabweichungskomponente ζ am Aussichtsturm auf dem Brocken im Reichsdreiecksnetz (womit Potsdam Datum/Deutsches Hauptdreiecksnetz/Bessel-Ellipsoid gemeint ist) ebenfalls $\zeta = +8.^{\circ}8$. Angesichts dieser Übereinstimmung gehen wir davon aus, dass die Angabe von H. Wolf auf dieselben (1882 publizierten) Messungen im Hessischen Dreiecksnetz zurückgeht.

Durch freundliche Mitteilung des Landesamtes für Vermessung und Geoinformation Sachsen-Anhalt ist uns eine weitere astronomische Breitenbestimmung auf dem Brocken bekannt geworden. Diese Messung wurde 1956 auf einem zuvor errichteten 3 m hohen Beobachtungspfeiler durchgeführt und anschließend auf das ca. 10 m östlich liegende preußische Zentrum von 1880 umgerechnet. Für den zweitgenannten Punkt lag die geodätische Breite im Potsdam Datum (Bessel) vor und im Göttingen Datum 1837 (Walbeck) konnte sie im Nachhinein ermittelt werden. Danach erhält man für die dortige Lotabweichungskomponente ζ die Werte, die in Tab. 5 angegeben sind.

Tab. 4: Lotabweichungsbestimmung auf dem Brocken um 1870

Brocken, Steinpfeiler II	Potsdam Datum / Bessel-Ellipsoid	Göttingen Datum 1837 / Walbeck-Ellipsoid
Geodätische Breite B	$51^{\circ} 48' 1.^{\circ}58$	$51^{\circ} 48' 1.^{\circ}87$
Astronomische Breite Φ	$51^{\circ} 48' 10.^{\circ}34$	$51^{\circ} 48' 10.^{\circ}34$
Lotabweichungskomponente $\zeta = \Phi - B$	$\zeta = +8.^{\circ}76$	$\zeta = +8.^{\circ}47$

Tab. 5: Lotabweichungsbestimmung auf dem Brocken aus dem Jahr 1956

Brocken, Zentrum 1880	Potsdam Datum / Bessel-Ellipsoid	Göttingen Datum 1837 / Walbeck-Ellipsoid
Geodätische Breite B	$51^{\circ} 48' 1.^{\circ}56$	$51^{\circ} 48' 1.^{\circ}85$
Astronomische Breite Φ	$51^{\circ} 48' 10.^{\circ}35$	$51^{\circ} 48' 10.^{\circ}35$
Lotabweichungskomponente $\zeta = \Phi - B$	$\zeta = +8.^{\circ}79$	$\zeta = +8.^{\circ}50$

Die Messungen von 1870 und 1956 stimmen untereinander auf sehr gute $0.^{\circ}03$ überein und bestätigen die früheren Ergebnisse von Zach und Gauß hinreichend innerhalb von $1.^{\circ}$.

Zusätzlich hat das Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (BKG) für die Sternwarte Göttingen und für den Gauß'schen Dreieckspunkt auf dem Brocken Lotabweichungen aus dem europäischen gravimetrischen Quasigeoidmodell EGG2008 (Denker et al. 2008) gerechnet, die auf das globale Ellipsoid GRS80 bezogen sind:

$$\begin{aligned} \text{Göttingen: } \zeta_{\text{grav}} &= +5.^{\circ}18, \\ \text{Brocken: } \zeta_{\text{grav}} &= +12.^{\circ}81. \end{aligned}$$

Die Lotabweichungsdifferenz zwischen Brocken und Göttingen beträgt hiernach in der Breitenkomponente $\Delta\zeta = +7.^{\circ}63$. Berücksichtigt man im betrachteten Gebiet noch die unterschiedliche Größe und Krümmung des Walbeck-Ellipsoides im Vergleich zum GRS80-Ellipsoid, die sich in der geodätischen Breitendifferenz ΔB zwischen Brocken und Göttingen in einem Unterschied von $+0.^{\circ}22$ widerspiegelt (siehe Tab. 2), so ergibt sich für die in das Göttingen Datum 1837 (Walbeck) transformierte Lotabweichungskomponente ζ des Brocken ein Betrag von $7.^{\circ}41$. Dieser stimmt innerhalb von $1.^{\circ}1$ mit den astronomischen Bestimmungen von 1870 und 1956 sowie innerhalb von $2.^{\circ}$ mit dem Gauß-Zach'schen Wert überein. Das zeigt, dass auch das Schwerfeld am Brocken eine Lotabweichung in der gleichen Größenordnung ausweist.

5 Abschlussbemerkungen

Zach war mit den Fragen der Variation der Schwerkraft der Erde schon früher befasst gewesen; so konstruierte er einen komplizierten Pendelapparat (Zach 1793). Ergebnisse hat er damit anscheinend nicht erhalten. Später behandelte er das Thema in einem großen historischen Übersichts-Aufsatz (Zach 1810), in dem er alles bisher Bekannte im Detail referierte. Er spricht sich für neue Anstrengungen gerade auch der Deutschen aus und nennt als besonders aussichtsreiche Gegend die des Brocken (Zach 1810, S. 308); von Gauß und Harding hofft er, dass sie zu solchen Messungen »in Stand gesetzt werden«.

In späteren Jahren, nämlich 1809–1814 in Marseille, widmete Zach sich dem Problem der Lotabweichungen von der empirischen Seite. Er versuchte dort, einen differentiellen Wert (Küstenberg) minus (kleine küstennahe Insel)

zu bestimmen (Zach 1814). Obwohl das methodisch vorteilhaft war, führte die Kleinheit des Resultats – 2" – dazu, dass man es bestenfalls für unsicher, schlechtestenfalls, nach heutigem Sprachgebrauch, für »Fehlerrauschen« hielt und hält. Bis heute ist kein moderner Wert bekannt, mit dem der Zach'sche verglichen werden könnte. Umso bemerkenswerter ist es, dass ihm in früheren Jahren zusammen mit Gauß eine signifikante Messung einer Lotabweichung gelungen ist.

Dank

Wir danken den Herren Dr. Wolfgang Dick (BKG Frankfurt), Dr. Helmut Lenhardt (ZAH Heidelberg), Hans-Peter Müller (LVerMGeo Sachsen-Anhalt), Dr. Gunter Liebsch und Heinz-Uwe Schirmer (BKG Leipzig), Friedhelm Schwemin (Bergkamen) sowie Herrn Prof. (em.) Dr.-Ing. Wolfgang Torge für ihre freundliche Unterstützung und für wertvolle Hinweise.

Literatur

- Denker, H., Barriot, J.P., Barzaghi, R., Fairhead, D., Forsberg, R., Ihde, J., Kenyeres, A., Marti, U., Sarrailh, M., Tziavos, I.N.: A new European Gravimetric Quasigeoid EGG2008. Poster, IAG International Symposium on »Gravity, Geoid and Earth Observation 2008«, 23–27 June 2008, Chania, Crete, Greece, 2008.
- Dutton, C.E.: On some of the greater problems of physical geology. Bull. of the Philosoph. Society of Washington XI, S. 51–64, printed 1892. Expl. Suppl. = Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac, S. 171, Mill Valley 1992.
- Gauß, C.F.: Beobachtete und berechnete Triangulirung im Hannöverschen, Braunschweigischen und Lüneburgischen, vom Hrn. Hofrath Ritter Gauß in Göttingen, unterm 22. Jan. 1823 eingesandt. Astronomisches Jahrbuch (Hrsg. J.E. Bode) für das Jahr 1826. Beobachtungen und Nachrichten. S. 89 ff., Berlin 1823.
- Gauß, C.F.: Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten Göttingen und Altona. Göttingen 1828 (in Gauß Werke Band 9 wieder abgedruckt), S. 49 Fußnote.
- Gerling, C.L.: Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden. Cassel, in Johann Krieger's Verlagshandlung 1839.
- Gottschalck, F.: Taschenbuch für Reisende in den Harz. 4. Auflage, Magdeburg 1833.
- Heckmann, B.: Die Gerling'sche Haupttriangulation von Kurhessen – neuere Erkenntnisse und Wiederentdeckungen. Mitteilungen der DVW-Landesvereine Hessen e.V. und Thüringen e.V. Heft 1/2012, S. 2–23, 2012.
- Heiskanen, W.A. und Vening Meinesz, F.A.: The Earth and its gravity field. Published by McGraw Hill Book Co., Ltd., S. 126, New York 1958.
- Das Hessische Dreiecksnetz. Publication des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts, Berlin 1882.
- Kertz, W.: Einführung in die Geophysik Bd. I, S. 96, Fig. 32, Spektrum-Verlag, Heidelberg-Berlin Oxford 1995.
- Kertz, W. (Hrsg.: R. Kertz und K.-H. Gläßmaier): Geschichte der Geophysik. Olms-Verlag Hildesheim, Zürich, New York 1999.
- Königlich Preußische Landestriangulation: Hauptdreiecke Band VI: Die Hannoversche-Sächsische Dreieckskette. Berlin 1894.
- Landesamt für Vermessung und Geoinformation Sachsen-Anhalt: Entstehungsnachweis des Trig. Punktes I. Ordnung Schierke, Brocken mit Astronomischen Beobachtungen (Stand: 28.06.1963) – zugesandt im April 2014.
- Lichtenberg, G.C.: Text-Teil aus dem Aufsatz »Neue Erfindungen und physikalische Merkwürdigkeiten«. Göttinger Taschen Calender vom Jahr 1778, S. 54–56, Dieterich, Göttingen 1777.
- Lindenau, B. von: Versuch einer geschichtlichen Darstellung der Fortschritte der Sternkunde im verflossenen Decennio (Forts.). Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde, Bd. 23, S. 101–150 (bes. 129), Gotha 1811.
- Michling, H.: Carl Friedrich Gauß, S. 76 ff., Göttingen 1982.
- Michling, H.: Friedrich Hartmanns Harztriangulation vom Jahre 1833. Mitt. Gauß-Gesellschaft 27, S. 29–68 (hier: S. 47), 1990.
- Müffling, F.C.F. Freiherr von: Lettre XVI De M. le Lieutenant-Général Baron de Müffling. Erford, le 7 Decembre 1820. Correspondance astronomique ... (hrsg. von F.X. von Zach) 4, p. 525–532. Dazu «Notes» des Herausgebers p. 533–537 (bes. N. 8!), 1820.
- Newton, I.: Philosophiae naturalis principia mathematica. Londini, 1687.
- Newton, I.: A Treatise of the System of the World (Transl. into English) Second Edition. S. 40, London 1731.
- Oesfeld, C.W. von: Plan des Brocken und Umgebung, Berlin 1834 (in der Sächsischen Landes- und Uni-Bibliothek).
- Prey, A., Mainka, C., Tams, E.: Einführung in die Geophysik. S. 258 f., Verlag von Julius Springer, Berlin 1922.
- Schröder, C.F.: Erste Fortsetzung meiner Abhandlung vom Brockengebürge, oder Sendschreiben an den Herrn Ingenieurleutenant Lasius, über verschiedene Höhenmessungen, zwey entdeckte große Magnetfelsen, und andre merkwürdige Gegenstände des Brockengebürges; S. 13 Fußnote * Absatz 3. Hildesheim, im Verlag bei Tuchfeld und Compagnie, 1790.
- Wolf, R.: Handbuch der Astronomie ihrer Geschichte und Literatur. Zürich Band I, 1890.
- Wolf, R.: Handbuch der Astronomie ihrer Geschichte und Literatur. Zürich Band II, 1892.
- Wolf, H.: Astronomisch-geodätische Lotabweichungen im mittleren Europa. Mitt. Nr. 22 des Instituts für Angewandte Geodäsie (Abt. II des Deutschen Geodätischen Forschungsinstituts), Frankfurt/M., Anlage 1, S. 3, Nr. 4129, 1957.
- Zach, F.X. von: Beschreibung einer neuen Vorrichtung, womit sowohl auf eine genaue Art, die Versuche und Bestimmungen der wahren Länge des einfachen Sekunden-Pendels angestellt und gemacht werden mögen. Sammlung astronomischer Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten, Hrsg. von J.E. Bode. Erster Supplement-Band zu dessen astronomischen Jahrbüchern S. 175–196, Tafel I, Berlin 1793.
- Zach, F.X. von: Über die Königl. Preußische trigonometrische und astronomische Aufnahme von Thüringen. Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde. Bd. 9, S. 437–471, Gotha 1804a; sowie Bd. 10, S. 3–26 (hier bes. 25 f.), S. 193–210 (hier bes. S. 202–205), Gotha 1804b.
- Zach, F. de: Tabulae Motuum solis novae et iterum correctae. Gotha 1804c.
- Zach, F.X. von: Über Densität der Erde und deren Einfluss auf geographische Ortsbestimmungen. Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd und Himmels-Kunde 21, S. 293–310, Gotha 1810.
- Zach, F.X. von: L'attraction des montagnes ..., Avignon, 2 Bände, 1814.

Anschrift der Autoren

Univ.-Prof. Dr. Peter Brosche
Argelander-Institut für Astronomie der Universität Bonn
Auf dem Hügel 71, 53121 Bonn
pbrosche@astro.uni-bonn.de

Dipl.-Ing. Bernhard Heckmann
c/o Hessisches Landesamt für Bodenmanagement und Geoinformation
Schaperstraße 16, 65195 Wiesbaden
bernhard.heckmann@hvbg.hessen.de

Dieser Beitrag ist auch digital verfügbar unter www.geodaezie.info.